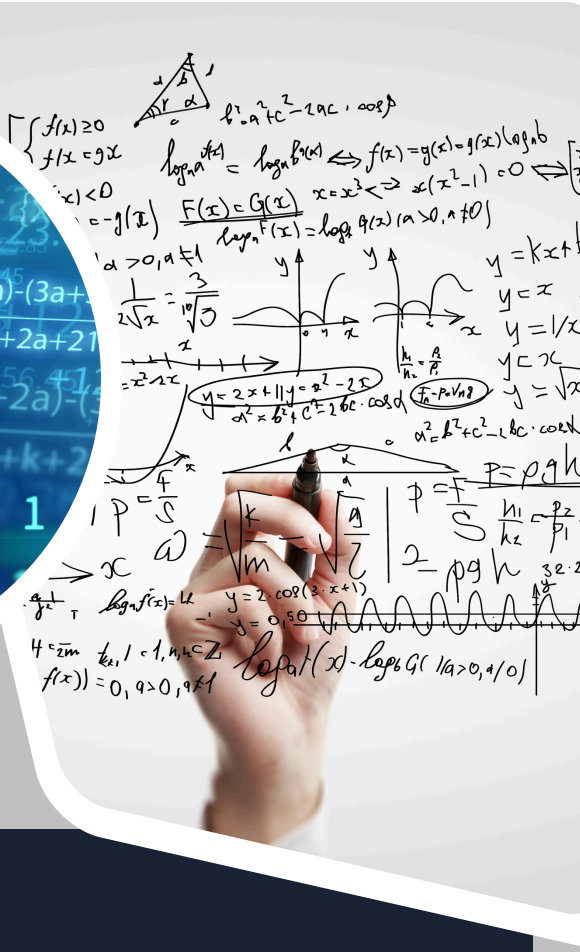
GetPress Indonesia





MATEMATIKA :

DARI BILANGAN KE RUMUS

Dodi
Hetty Elfina
Dewi Purnama Sari
Mirna Riazil Jannah
Sri Purwati

ISBN 978-623-125-747-3

MATEMATIKA :
DARI BILANGAN KE RUMUS

Dodi
Hetty Elfina
Dewi Purnama Sari
Mirna Riazil Jannah
Sri Purwati

GETPRESS INDONESIA

MATEMATIKA : DARI BILANGAN KE RUMUS

Penulis :
Dodi
Hetty Elfina
Dewi Purnama Sari
Mirna Riazil Jannah
Sri Purwati

ISBN : 978-623-125-767-3

Editor : Ari Yanto, M.Pd.
Desain Sampul dan Tata Letak : Tri Putri Wahyuni, S.Pd.

PENERBIT GET PRESS INDONESIA
Anggota IKAPI No. 033/SBA/2022
Jl. Palarik RT 01 RW 06 Kelurahan Air Pacah
Kecamatan Koto Tangah Padang Sumatera Barat
website: www.getpress.co.id
email: adm.getpress@gmail.com

Cetakan pertama, Mei 2025

Hak cipta dilindungi undang-undang
Dilarang memperbanyak karya tulis ini dalam bentuk
dan dengan cara apapun tanpa izin tertulis dari penerbit.

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa atas rahmat dan karunia-Nya sehingga buku "Matematika: dari Bilangan ke Rumus" ini dapat disusun dan diselesaikan. Buku ini dirancang untuk membantu pembaca memahami konsep-konsep dasar matematika secara bertahap, mulai dari bilangan, bentuk aljabar, fungsi, geometri, hingga statistika dan peluang. Setiap bab disusun secara sistematis dengan pembahasan yang ringkas namun tetap mendalam, disertai dengan daftar pustaka dan glosarium untuk memperkaya pemahaman.

Penulis berharap buku ini dapat menjadi sumber belajar yang bermanfaat bagi siswa, guru, maupun pembaca umum yang ingin memahami matematika secara lebih terstruktur dan aplikatif. Kritik dan saran yang membangun sangat penulis harapkan untuk penyempurnaan di masa mendatang.

Padang, April 2025

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR ..... **i**
DAFTAR ISI ..... **ii**
DAFTAR GAMBAR ..... **iv**
DAFTAR TABEL ..... **v**
BAB 1 BILANGAN DAN OPERASINYA **7**
1.1 Bilangan dan Jenisnya 8
1.2 Operasi Bilangan 13
1.3 Sifat Operasi Bilangan 23
DAFTAR PUSTAKA **28**
BAB 2 BENTUK ALJABAR **29**
2.1 Pendahuluan 29
2.2 Bentuk Aljabar 29
2.3 Operasi Aljabar 31
2.4 Perpangkatan 36
2.5 Pemfaktoran 38
2.6 Pecahan Bentuk Aljabar 39
DAFTAR PUSTAKA **45**
BAB 3 FUNGSI DAN GRAFIK **47**
3.1 Fungsi 47
3.2 Fungsi dan Grafiknya 48
3.3 Macam -Macam Fungsi 49
3.4 Grafik Fungsi dalam Matematika 59
3.5 Penerapan Fungsi dan Grafik dalam Kehidupan 60
DAFTAR PUSTAKA **64**

BAB 4 GEOMETRI 65
4.1 Pendahuluan 65
4.2 Geometri : Dari Bilangan ke Bentuk 66
4.3 Konsep Bilangan dalam Geometri 67
4.4 Konsep Bilangan dalam Geometri 70
DAFTAR PUSTAKA 76
BAB 5 STATISTIKA DAN PELUANG 79
5.1 Pendahuluan 79
5.2 Statistika Deskriptif 81
5.3 Statistika Inferensial 95
5.4 Peluang 106
5.5 Aplikasi Statistika dan Peluang 118
5.6 Kesimpulan 122
DAFTAR PUSTAKA 124
INDEKS 126
GLOSARIUM 128
BIODATA PENULIS

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. 1. Saringan Eratosthenes 10
Gambar 1. 2. Garis Bilangan Bulat.....11
Gambar 1. 3. Skema Bilangan 13
Gambar 1. 4. Sketsa Visual Operasi Penjumlahan 14
Gambar 1. 5. Sketsa Visual Operasi Pengurangan 15
Gambar 1. 6. Sketsa Penyelesaian Operasi Perkalian.....15
Gambar 1. 7. Sketsa Penyelesaian Operasi Perkalian.....16
Gambar 3. 1. Grafik fungsi f(x) = 3x-3.....51
Gambar 3. 2. Fungsi Kuadrat.....52
Gambar 3. 3. Grafik Fungsi Kuadrat $fx = x2 - 4x + 3$ 54
Gambar 3. 4. Grafik Fungsi Kubik.....55
Gambar 5. 1. Contoh *Histogram* 93
Gambar 5. 2. Contoh Diagram Lingkaran (*Pie Chart*) 95
Gambar 5. 3. Contoh Percobaan Acak.....108

DAFTAR TABEL

Tabel 5. 1. Frekuensi Nilai.....86
Tabel 5. 2. Distribusi Frekuensi.....92

BAB 1
BILANGAN DAN OPERASINYA

Oleh Dodi

Matematika Babilonia disusun oleh masyarakat Mesopotamia dari era Sumeria hingga periode Helenistik. Sistem bilangan yang digunakan dalam matematika Babilonia adalah sistem bilangan seksagesimal yang memiliki basis 60, yang sekarang kita kenal dengan angka enam puluh detik untuk semenit, 60 menit untuk satu jam, dan 360 derajat untuk satu putaran penuh.

Lembaran *Ahmes*, yang diperkirakan berasal dari tahun 1650 SM, salinan kuno yang berasal pada tahun 2000-1800 SM. Lembaran ini berfungsi sebagai buku panduan untuk siswa yang belajar matematika dan geometri. Lembaran yang berisi pengetahuan tentang matematika pada saat itu, seperti geometri, bilangan prima dasar, dan lain sebagainya.

Sulba Sutras, tulisan geometri yang diperkirakan muncul sekitar 800 sampai 500 SM, merupakan tulisan tentang ilmu geometri. Sekitar 6 abad berikutnya, Diopanthus menerbitkan buku yang kita kenal saat ini dengan istilah Aritmatika dan Diopanthus dianggap sebagai salah satu yang mempelopori berdirinya aljabar.

Saat ini, sistem penulisan bilangan yang umum digunakan adalah sistem angka Arab, dengan angka pokoknya nol sampai Sembilan dan kombinasi angka-angka

pokok ini digunakan untuk menulis angka lebih dari sembilan. Dirumah, ketika kita melihat jam dinding, maka kita akan ketemu bilangan jam yang terdiri dari angka 1 sampai 12. Ketika kita menyalakan pendingin ruangan maka kita akan menemukan bilangan yang menjadi ukuran pada benda tersebut. Oleh karena itu, banyaknya bilangan yang kita temukan dalam keseharian kita, perlu kita membahas apa saja jenis bilangan serta bagaimana operasi bilangan tersebut.

1.1 Bilangan dan Jenisnya

Pada dunia Matematika, bilangan merupakan konsep dasar yang digunakan untuk memberikan ukuran terhadap suatu objek. Ukuran yang dimaksud adalah kegiatan menilai suatu objek yang melibatkan indra dan dapat diklasifikasikan secara jelas. Bilangan bersifat abstrak namun memberikan penjelasan tentang banyaknya kumpulan benda. Bilangan "1" menunjukan bahwa ada suatu benda yang hanya tunggal dan berdiri sendiri, tidak memiliki pasangan atau kawan. Sedangkan bilangan "0" menunjukan bahwa tidak ada benda yang berada pada suatu ruang.

Lambang bilangan dapat dinotasikan menjadi bentuk tulisan maupun angka. Berikut adalah beberapa lambang bilangan yang biasa digunakan:

Lambang "1" dikenal dengan istilah "satu"
Lambang "2" dikenal dengan istilah "dua"
Lambang "3" dikenal dengan istilah "tiga"
dst

Banyaknya bilangan yang ada tidak terhingga dan tidak terbatas. Namun pengelompokan bilangan berdasarkan ciri tertentu. Misalkan bilangan ganjil memiliki anggota {1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, ...}. Bilangan ganjil dikelompokkan atas dasar bilangan yang apabila dibagi 2 menghasilkan sisa. Bilangan genap yang terdiri atas 2, 4, 6, 8, dan seterusnya. Bilangan genap merupakan bilangan yang dikelompokkan atas dasar bilangan yang apabila dibagi 2 tidak menghasilkan sisa. Bilangan prima adalah anggota bilangan asli. Sedangkan bilangan asli adalah anggota bilangan cacah. Bilangan cacah merupakan himpunan bagian dari bilangan bulat. Bilangan bulat, bilangan rasional, serta bilangan irrasional merupakan anggota dari bilangan real. Bilangan yang anggotanya paling lengkap adalah bilangan kompleks. Penjelasan lebih lanjut terkait bilangan tersebut sebagai berikut:

1.2.1 Bilangan Prima

Bilangan prima atau *relative prime* adalah anggota bilangan yang terdiri atas anggota bilangan asli yang memiliki faktor pembagi 1 dan bilangan prima tersebut serta nilai bilangnnya lebih dari 1. Misalkan 23 adalah bilangan prima dikarenakan 23 memiliki faktor pembagi 1 dan 23. Adapun 8 bukan anggota bilangan prima karena 8 bisa dibagi oleh 1, 8, 2 dan 4. Untuk menentukan anggota bilangan prima dapat menggunakan saringan Eratosthenes. Langkah yang dapat dilakukan adalah:

1. Membuat daftar bilangan asli dari 1 hingga n.
2. Tandai bilangan prima yang masuk dalam daftar bilangan.

3. Hapus semua kelipatan dari bilangan pertama yang masuk dalam daftar bilangan.
4. Mengulangi langkah 2 dan 3 untuk bilangan berikutnya yang belum ditandai sebagai kelipatan bilangan.
5. Lanjutkan proses ini hingga semua bilangan dalam daftar telah diperiksa.

Apabila langkah sudah selesai, bilangan yang tidak dihapus dari daftar bilangan adalah bilangan prima. Misalkan akan ditemukan bilangan prima dari 2 hingga 100, tentu akan dimulai dengan daftar [1, 2, 3, 4, 5, ..., 100]. Setelah dilakukan tahap penyaringan dengan saringan Eratosthenes, maka akan ditemukan beberapa anggota bilangan prima.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Gambar 1. 1. Saringan Eratosthenes

1.2.2 Bilangan Asli

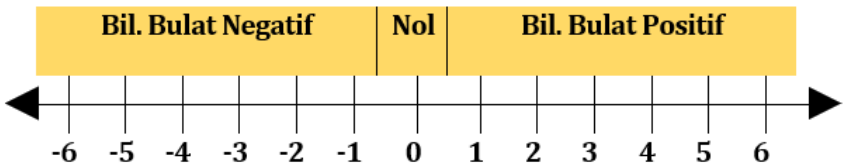
Bilangan asli atau *Natural Number* merupakan kumpulan anggota bilangan yang angka awalnya adalah 1 dilanjutkan dengan penjumlahan 1 angka pada suku-suku berikutnya. Bilangan asli dapat disimbolkan dengan ℕ.

1.2.3 Bilangan Cacah

Bilangan cacah yaitu bilangan yang anggota himpunannya tidak negatif dan nol (0). Anggotanya dimulai dari angka 0 dilanjutkan dengan penjumlahan 1 angka pada suku-suku berikutnya. Bilangan cacah dapat disimbolkan dengan ℂ.

1.2.4 Bilangan Bulat

Bilangan bulat yaitu kumpulan anggota bilangan yang terdiri atas bilangan bulat positif, 0 (nol) dan bilangan bulat negatif. Bilangan bulat dapat disimbolkan dengan dengan ℤ. Anggota bilangan bulat, misalkan {…-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6…}. Pengenalan bilangan bulat dapat juga dituliskan melalui garis bilangan.



Gambar 1. 2. Garis Bilangan Bulat

1.2.5 Bilangan Rasional

Kita sering mendengar kata rasional, yang dalam bahasa latin artinya adalah berakal atau beralasan. Dalam Bahasa Indonesia, “rasional” artinya adalah sesuatu yang dapat dicerna melalui akal. Keputusan yang rasional dianggap Keputusan yang dapat dicerna secara akal yang didasarkan pada pertimbangan yang matang.

Bilangan rasional merupakan kumpulan bilangan real yang terdiri atas rasio (pembagian) p dan q, dapat disusun dengan p/q. Disepakati bahwa p,q ϵ bilangan bulat dan q ≠ 0. Secara simbolis, bilangan Rasional dapat disimbolkan dengan $\mathbb{Q}$. Secara desimal, bilangan rasional memiliki angka yang berulang di belakang koma. Contoh: $\left\{\frac{1}{2}, 3{,}3333, \ldots\right\}$.

1.2.6 Bilangan Irrasional

Bilangan irasional berbeda dari bilangan rasional. Bilangan irrasional dapat dikatakan sebagai bilangan *real* yang tidak bisa dinyatakan dengan p/q untuk setiap p, dan q ϵ bilangan bulat positif. Bilangan Irrasional dapat disimbolkan dengan $\mathbb{Q}^C$. Contohnya adalah yang bilangan π, bilangan e, dan lain sebagainya.

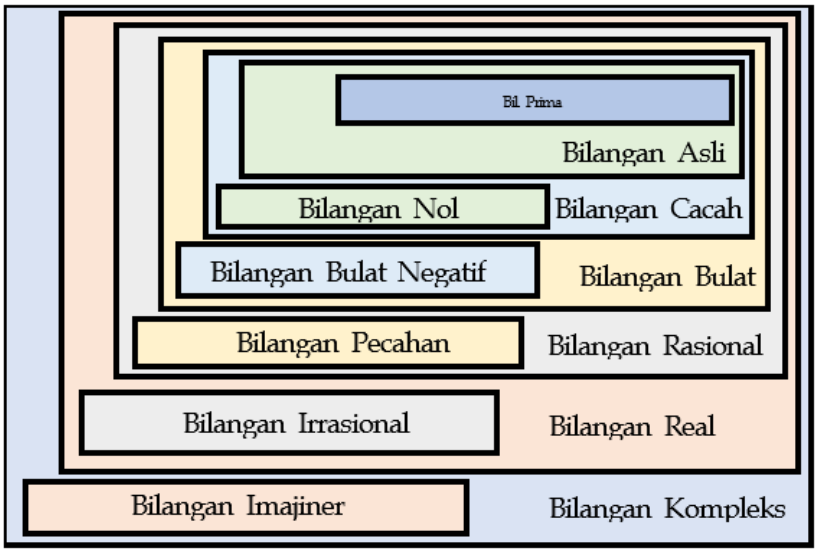
1.2.7 Bilangan Real

Bilangan real adalah himpunan gabungan dari bilangan rasional serta irrasional. Simbol yang biasa digunakan untuk menunjukan himpunan bilangan real adalah $\mathbb{R}$. Secara visual, anggota bilangan real dapat dilihat pada semua titik, garis bilangan tanpa celah, mencakup bilangan-bilangan negatif, nol, serta bilangan positif, pecahan dan desimal.

1.2.8 Bilangan Kompleks

Bilangan kompleks merupakan penyatuan antara bilangan real dan imaginer, yang dalam notasi matematis dilambangkan sebagai bilangan dalam himpunan $\mathbb{C}$ dan biasanya ditulis dalam bentuk m=p+qi. Dalam notasi tersebut, p mewakili bagian nyata dari bilangan kompleks, q mewakili bagian imajiner, dan i mewakili bilangan imajiner

dengan nilainya berupa akar kuadrat dari -1. Sebagai contoh, bilangan kompleks seperti 2+3i, -3+3i.



Gambar 1. 3. Skema Bilangan

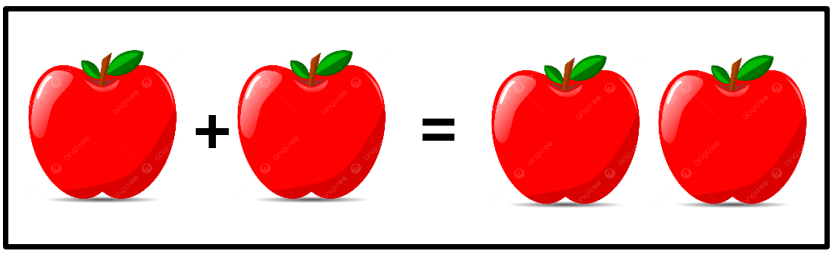
1.2 Operasi Bilangan

Operasi aritmetika merupakan proses matematis yang melibatkan manipulasi dua atau lebih angka untuk menghasilkan hasil tertentu. Operasi aritmetika terdiri dari operasi dasar, antara lain penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian, serta operasi yang lebih kompleks seperti pangkat, akar, dan logaritma.

1.3.1 Penjumlahan

Operasi penjumlahan adalah proses menggabungkan dua atau lebih bilangan untuk mendapatkan hasil yang baru. Misalkan, jika Anda menjumlahkan 4 dan 2, hasilnya adalah

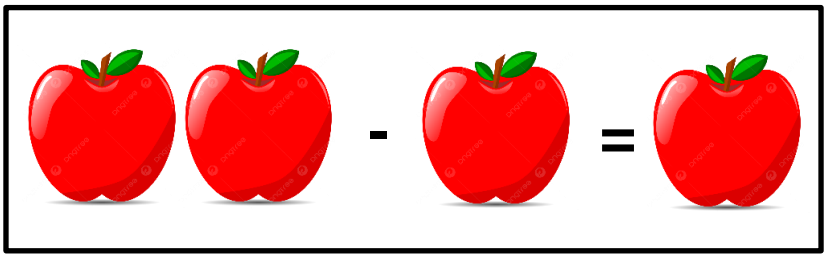
6. Dalam notasi matematika, ini ditulis sebagai: 4+2=6. Penjumlahan adalah salah satu operasi aritmetika dasar yang biasa digunakan secara konsep maupun aplikatif di sekitar lingungan, seperti menghitung uang ketika belanja, mengukur panjang, atau menambah jumlah barang. Ada banyak cara untuk menggambarkan penjumlahan, termasuk menggunakan garis bilangan atau metode penambahan kolom.



Gambar 1. 4. Sketsa Visual Operasi Penjumlahan

1.3.2 Pengurangan

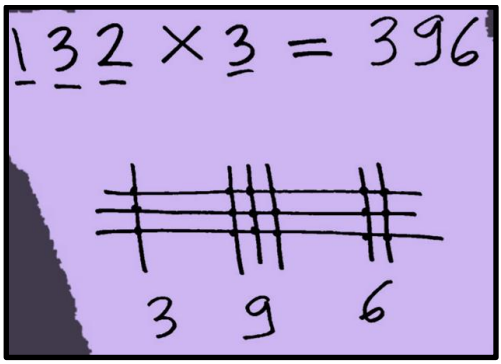
Operasi pengurangan adalah proses memecahkan lebih dari satu bilangan untuk mendapatkan hasil yang baru. Misalkan, mengurangkan 8 dari 10, hasilnya adalah 2. Dalam notasi matematika, ini dapat ditulis 10-8=2. Pengurangan merupakan operasi aritmetika dasar yang biasa digunakan secara konsep maupun aplikatif, menghitung kedalaman laut, menghitung naik rendahnya suhu di suatu lingkungan atau peralatan, dan lain sebagainya.



Gambar 1. 5. Sketsa Visual Operasi Pengurangan

1.3.3 Perkalian

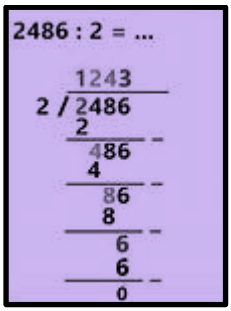
Operasi perkalian adalah proses penggandaan lebih dari satu bilangan untuk mendapatkan hasil yang baru. Misalkan, mengalikan 132 terhadap 3, hasilnya adalah 396. Dalam notasi matematika, dapat disimbolkan dengan 132x3=396. Perkalian juga merupakan operasi aritmetika dasar yang dapat diterapkan sesuai dengan situasi dan keadaan. Metode penyelesaian soal perkalian dapat menggunakan perkalian bersusun atau dapat menggunakan metode garis.



1. 6. Sketsa Penyelesaian Operasi Perkalian

1.3.4 Pembagian

Pembagian merupakan salah satu aksioma operasi dasar aritmetika. Dalam matematika, pembagian dianggap sebagai operasi invers dari perkalian. Sebagai contoh, jika kita membagi 2486 oleh 2, hasilnya adalah 1243. Dalam pengertian matematis, kita dapat menulisnya sebagai 2486:2=1243. Strategi penyelesaian pembagian sering dilakukan dengan menggunakan metode pembagian beruntun.



Gambar 1. 7. Sketsa Penyelesaian Operasi Perkalian

1.3.4 Pangkat

Penggunaan pangkat dalam matematika bertujuan untuk menyingkat atau menyederhanakan penulisan. Sebagai contoh, ekspresi 10 miliar dapat direpresentasikan sebagai 1010. Pangkat pada sebuah bilangan bulat positif menyatakan perkalian berulang dari bilangan tersebut. Sebagai contoh, 7^3 dapat dihitung sebagai 7 x 7 x 7 = 343.

Ada 4 sifat pangkat bilangan bulat dan dapat dituliskan sebagai berikut:

a. Diketahui bahwa a merupakan elemen dari himpunan bilangan real, sedangkan x dan y adalah elemen dari himpunan bilangan bulat sehingga

$$a^x \times a^y = a^{x+y}$$

b. Terdapat suatu angka real a yang bukan nol, serta angka bulat x dan y sehingga

$$a^x : a^y = a^{x-y}$$

c. Terdapat angka real a, serta angka bulat x dan y, sehingga

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

d. Terdapat angka real a dan b, serta angka bulat x, sehingga

$$(ab)^x = a^x b^x$$

Ada 6 sifat pangkat bilangan rasional dan dapat dituliskan sebagai berikut:

a. Jika a adalah elemen himpunan bilangan real, sedangkan x dan y adalah elemen himpunan bilangan rasional, maka

$$a^x \times a^y = a^{x+y}$$

b. Jika a adalah elemen himpunan bilangan real yang bukan nol, dan x serta y adalah elemen himpunan bilangan rasional, maka

$$a^x : a^y = a^{x-y}$$

c. Jika $a \in \mathbb{R}$, x, dan $y \in \mathbb{Q}$, maka

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

d. Jika $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, $x \in \mathbb{Q}$, maka

$$a^{-x} = 1/a^x$$

e. Jika a dan $b \in \mathbb{R}$, x, y, $z \in \mathbb{Q}$, maka

$$(a^x . b^y)^z = (a^x)^z (b^x)^z = a^{xz} . b^{xz}$$

f. Jika a dan b merupakan bilangan real, dan x, y, z adalah bilangan rasional, maka

$$(a^x / b^y)^z = (a^x)^z / (b^x)^z = a^{xz} / b^{xz}$$

Contoh 1

Hasil dari $2^3 \times 2^4 : 2^7$ adalah ...

Jawaban:

$2^3 \times 2^4 : 2^7 = 2^{3+4-7}$

$= 2^0 = 1$

Langkah 1: Gunakan Sifat Perpangkatan yang Sama

Ketika mengalikan bilangan dengan basis yang sama, kita dapat menjumlahkan eksponennya

Langkah 2: Lakukan Pembagian

Selanjutnya, kita membagi hasil tersebut dengan 2^7

Langkah 3: Hitung 2^0

Setiap bilangan pangkat nol adalah 1

Contoh 2

Hasil dari $3^{-2} + 2^{-3}$ adalah ...

Jawaban:

$$3^{-2} + 2^{-3} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^3}$$

$$= \frac{1}{9} + \frac{1}{8}$$

$$= \frac{17}{72}$$

Langkah 1: Tentukan KPK dari 9 dan 8

KPK (Kelipatan Persekutuan Terkecil) dari 9 dan 8 adalah $9 \times 8 = 72$

Langkah 2: Samakan Penyebut

Kita ubah pecahan ke penyebut 72

Langkah 3: Jumlahkan

$$\frac{8}{72} + \frac{9}{72} = \frac{17}{72}$$

1.3.5 Akar

Akar merupakan operasi matematika yang merupakan operasi invers dari pemangkatan. Misalnya, jika akar kuadrat dari suatu bilangan x adalah y (karena dikuadratkan), maka dapat dinyatakan sebagai √x=y. Operasi akar dapat direpresentasikan sebagai berikut:

a. Diketahui bahwa a, b adalah anggota bilangan real, dan x adalah anggota bilangan real positif, maka
$$a\sqrt{x} + b\sqrt{x} = (a+b)\sqrt{x}$$
b. Diketahui bahwa a, b adalah anggota bilangan real, dan x adalah anggota bilangan real positif, maka
$$a\sqrt{x} - b\sqrt{x} = (a-b)\sqrt{x}$$
c. Diketahui bahwa x, y adalah anggota bilangan real positif, maka
$$\sqrt{x} \times \sqrt{y} = \sqrt{xy}$$
d. Diketahui bahwa x adalah anggota bilangan real positif dan y adalah anggota bilangan real positif dan y bukan 0, maka
$$\sqrt{x} : \sqrt{y} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$$

Contoh 1

Hasil dari $2\sqrt{3} - 5\sqrt{12}$ adalah …

Jawaban:

$2\sqrt{3} - 5\sqrt{12} = 2\sqrt{3} - 5(2)\sqrt{3}$

$= 2\sqrt{3} - 10\sqrt{3}$

$= -8\sqrt{3}$

Langkah 1: Sederhanakan $\sqrt{12}$

Pertama, kita sederhanakan $\sqrt{12}$

$\sqrt{12} = \sqrt{4}\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

Langkah 2: Substitusi dan Hitung

Substitusi $\sqrt{12}$ dengan $2\sqrt{3}$ ke dalam persamaan awal

Langkah 3: Gabungkan Suku yang Sama

Kedua suku memiliki $\sqrt{3}$, sehingga kita dapat menggabungkannya dan diperoleh $-8\sqrt{3}$.

Contoh 2

Hasil dari $2\sqrt{3} \times 5\sqrt{12}$ adalah ...

Jawaban:

$2\sqrt{3} \times 5\sqrt{12} = 2 \times 5 \times \sqrt{3} \times \sqrt{12}$

$= 10 \times \sqrt{36}$

$= 10 \times 6$

$= 60$

Langkah 1: Kelompokan koefisien dan akar

Kelompokkan koefisien dan bilangan akar dengan operasi perkalian.

Langkah 2: Kalikan Koefisien dan Akar

Kalikan koefisien (angka di depan akar) dan akar-akarnya

Langkah 3: Hitung

Lakukan operasi hitung perkalian

Langkah 5: Kalikan Hasilnya

10x6=60

Contoh 3

Bentuk sederhana dari dari $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ adalah ...

Jawaban:

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{2}+2\sqrt{2}\sqrt{3}+\sqrt{3}\sqrt{3}}{\sqrt{2}\sqrt{2}-\sqrt{3}\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2+2\sqrt{6}+3}{2-3}$$

$$= -(5+2\sqrt{6})$$

Langkah 1: Rasionalkan Penyebut

Untuk menyederhanakan bentuk ini, kita perlu merasionalkan penyebut. Caranya adalah dengan mengalikan pembilang dan penyebut dengan konjugat dari penyebut. Konjugat dari $\sqrt{2}-\sqrt{3}$ adalah $\sqrt{2}+\sqrt{3}$.

Langkah 2: Kalikan Pembilang dan Penyebut

Kalikan bilangan yang ada pada pembilang dan penyebut

Langkah 3: Tentukan Hasil

Hasil akhirnya adalah $-(5+2\sqrt{6})$

1.3.6 Logaritma

Logaritma adalah fungsi invers dari eksponensial. Sebagai contoh, jika $4^2 = 16$, dapat diungkapkan sebagai ${}^4\log 16 = 2$. Secara umum, notasi logaritma adalah sebagai berikut: $a^n = b$ dengan $a > 0$ dan a tidak sama dengan 1, maka ${}^a\log b = n$. Sifat-sifat logaritma meliputi:

a. ${}^a\log xy = {}^a\log x + {}^a\log y$, dimana $a > 0$
b. ${}^a\log (x/y) = {}^a\log x - {}^a\log y$, dimana $a > 0$, a tidak sama dengan 1, $x > 0$ dan $y > 0$
c. ${}^a\log x^b = b\ {}^a\log x$, dimana $a > 0$, a tidak sama dengan 1, $x > 0$.

d. ${}^{a}\log b = ({}^{x}\log a) / ({}^{x}\log b)$, dimana x > 0, x tida sama dengan 1, a > 0 dan b > 0.
e. $x^{\log_x y} = y$, dimana x > 0, x tidak sama dengan 1, dan y >0.

Contoh 1

Diketahui $\log_4 2^{2x} = 8$, nilai x adalah ...

Jawaban:

$\log_4 2^{2x} = \log_{2^2} 2^{2x}$

$= \frac{2x}{2} \log_2 2$

$= \frac{2x}{2} (1) = x$

Dengan demikian x =8

Langkah 1: Sederhanakan Persamaan Logaritma

Ubah $\log_4 2^{2x}$ *menjadi* $\log_{2^2} 2^{2x}$

Langkah 2: Hitung

Ubah basis logaritma menjadi basis 2

Langkah 3: Substitusi dan Selesaikan

$\frac{2x}{2} (1) = 8$ sehingga $x = 8$

Contoh 2

Diketahui $\log_2 3 = x$ dan $\log_2 5 = y$. Tentukan hasil dari $\log_2 45$!

Jawaban:

$\log_2 45 = \log_2(9)(5)$

$= \log_2(9) + \log_2(5)$

$= \log_2(3)^2 + \log_2(5)$

$= 2\log_2(3) + \log_2(5)$

$= 2x + y$

Langkah 1: Faktorkan 45
Tentukan faktor dari 45.
Langkah 2: Gunakan Sifat Logaritma
Gunakan sifat logaritma penjumlahan dan perpangkatan.
Langkah 3: Substitusi Nilai yang Diketahui
Substitusi $\log_2(3)^2 + \log_2(5)$ menjadi $2\log_2(3) + \log_2(5)$
Sehingga hasil akhirnya adalah $2x + y$

1.3 Sifat Operasi Bilangan

Sifat-sifat berikut berlaku untuk operasi penjumlahan bilangan bulat:

1. Sifat tertutup, diketahui a, b, c adalah anggota bilangan bulat, maka:
   $$a + b = c$$
2. Sifat komutatif, diketahui a, b adalah anggota bilangan bulat maka:
   $$a + b = b + a$$
3. Sifat asosiatif, diketahui a, b, dan c adalah anggota bilangan bulat, maka:
   $$(a + b) + c = a + (b + c)$$
4. Identitas, diketahui untuk sebarang bilangan bulat a, selalu berlaku
   $$a + 0 = 0 + a$$
   Bilangan nol (0) merupakan unsur identitas pada penjumlahan.
5. Invers, diketahui a adalah anggota bilangan bulat, maka
   $$a + (-a) = (-a) + a = 0$$
   a adalah invers dari – a, sedangkan invers dari –a adalah a.

Sifat-sifat berikut berlaku untuk operasi pengurangan bilangan bulat:

1. Sifat tertutup, diketahui a, b, c adalah anggota bilangan bulat, maka:
   $$a - b = c$$
2. Tidak berlaku sifat komutatif, diketahui a, b adalah anggota bilangan bulat maka:
   $$a - b \neq b - a$$
3. Tidak berlaku sifat asosiatif, diketahui a, b, dan c adalah anggota bilangan bulat, maka:
   $$(a - b) - c \neq a - (b - c)$$
4. Tidak memiliki identitas, diketahui untuk sebarang bilangan bulat a, maka
   $$a - 0 \neq 0 - a$$

Contoh 1

Diketahui $x - 1 = 2x + 3$, nilai x adalah ...

Jawaban:

Langkah 1

$x - 1 + 1 = 2x + 3 + 1$, masing-masing ruas ditambah 1, yang merupakan invers dari -1

$x + 0 = 2x + 4$

$x = 2x + 4$, penerapan sifat penjumlahan dengan 0 (identitas penjumlahan)

Langkah 2

$x + (-2x) = 2x + 4 + (-2x)$, masing-masing ruas ditambah -2x yang merupakan invers dari 2x

$-x = (2x + (-2x)) + 4$, penerapan sifat asosiatif penjumlahan

$-x = 0 + 4$
$-x = 4$, penerapan sifat penjumlahan dengan 0 (identitas penjumlahan)

Langkah 3
$-x \times (-1) = 4 \times (-1)$, masing-masing ruas di kali -1
$x = -4$
Jawaban akhir adalah -4

Contoh 2

Diketahui $2a + 7 = -a + 1$, nilai $9a$ adalah ...

Jawaban:
Langkah 1
$2a + 7 + (-7) = -a + 1 + (-7)$, masing-masing ruas ditambah -7, yang merupakan invers dari 7
$2a + 0 = -a - 6$
$2a = -a - 6$, penerapan sifat penjumlahan dengan 0 (identitas penjumlahan)

Langkah 2
$2a + a = -a - 6 + a$, masing-masing ruas ditambah a yang merupakan invers dari $-a$
$3a = (-a + a) - 4$, penerapan sifat asosiatif penjumlahan
$3a = 0 - 4$
$3a = -4$

Langkah 3
$3a + 3a + 3a = -4 + (-4) + (-4)$
$9a = -12$
Jawaban akhir adalah -12

Pada operasi perkalian bilangan bulat, berlaku sifat-sifat sebagai berikut:

1. Sifat tertutup, diketahui a, b, c adalah anggota bilangan bulat, maka:
   $$a \times b = c$$
2. Sifat komutatif, diketahui a, b adalah anggota bilangan bulat maka:
   $$a \times b = b \times a$$
3. Sifat asosiatif, diketahui a, b, dan c adalah anggota bilangan bulat, maka:
   $$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$
4. Identitas, diketahui untuk sebarang bilangan bulat a, selalu berlaku
   $$a \times 1 = 1 \times a$$
   Bilangan satu (1) merupakan unsur identitas pada perkalian.
5. Semua anggota bilangan bulat tidak memiliki invers pada operasi perkalian kecuali 1.

Pada operasi pembagian bilangan bulat, berlaku sifat-sifat sebagai berikut:

1. Tidak memiliki sifat tertutup, diketahui a, b, c adalah anggota bilangan bulat, maka:
   $$a : b \neq c$$
2. Tidak berlaku sifat komutatif, diketahui a, b adalah anggota bilangan bulat maka:
   $$a : b \neq b : a$$
3. Tidak berlaku sifat asosiatif, diketahui a, b, dan c adalah anggota bilangan bulat, maka:
   $$(a : b) : c \neq a : (b : c)$$
4. Tidak memiliki identitas,
5. Tidak memiliki invers.

Contoh 1

Diketahui $x^2 = 2x$ nilai x adalah ...

Jawaban:

Langkah 1

$x^2 \times \frac{1}{x} = 2x \times \frac{1}{x}$, masing-masing ruas dikali $\frac{1}{x}$, yang merupakan invers perkalian dari x

$x = 2 \times \left(x \times \frac{1}{x}\right)$, penerapan sifat asositif perkalian

Langkah 2

$x = 2 \times 1$

$x = 2$, hasil perkalian dengan identitas perkalian

Jawaban akhir adalah 2

Contoh 2

Diketahui $\frac{4b}{3} = \frac{1}{2}$, nilai $\frac{1}{2}b$ adalah ...

Jawaban:

Langkah 1

$\frac{4b}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$, masing-,masing ruang dikali dengan $\frac{3}{4}$ yang merupakan invers perkalian dari $\frac{4}{3}$

$b \left(\frac{4}{3} \times \frac{3}{4}\right) = \frac{3}{8}$, penerapan sifat asosiatif perkalian

Langkah 2

$b\ (1) = \frac{3}{8}$

$b = \frac{3}{8}$, penerapan sifat identitas perkalian

Langkah 3

$\frac{1}{2}b = \frac{1}{2} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{16}$

Jawaban akhir adalah $\frac{3}{16}$

DAFTAR PUSTAKA

Dina Amalya Lapele. (2023). *Teori Bilangan*. Bandung: Penerbit Widina Bhakti Persada Bandung.

Mohammad Faizal Amir dan Bayu Hari Prasojo. (2016). *Buku Ajar Matematika Dasar*. Sidoarjo: Umsida Press.

Stewart, B. M. 1952. *Theory of Numbers*. New York: The Macmillan Company.

BAB 2
BENTUK ALJABAR

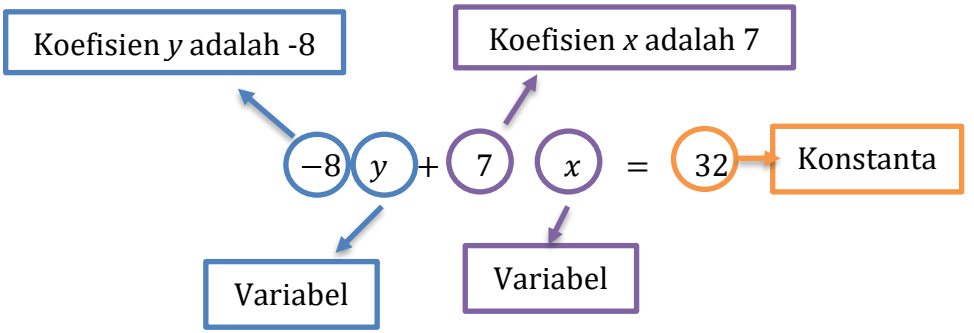
Oleh Hetty Elfina

2.1 Pendahuluan

Aljabar merupakan komponen dari ilmu matematika yang mencakup teori bilangan, geometri, dan analisis penyelesaiannya. Sekitar tahun 820, Muḥammad ibn Mūsā al-Khwārizmī, seorang matematikawan, astronomer, dan geograf, menulis buku tentang konsep dan bentuk aljabar. Istilah ini berasal dari bahasa Arab. Ia disebut sebagai "*The Father of Algebra*". Untuk bahasa Inggris, aljabar disebut dengan *"algebra"*.

2.2 Bentuk Aljabar

Dalam penyelesaian persoalan harian, dapat menggunakan bentuk aljabar. Ini adalah wujud matematika yang menggunakan huruf sebagai perwakilan bilangan yang belum diketahui.



Variabel (peubah) merupakan karakter yang digantikan oleh nilai yang tidak ditentukan (perubahan yang bergantung pada persamaan yang dikandungnya). Variabel dilambangkan melalui karakter latin (a, A, b, B, c, D, dst). Koefisien *(coefficient)* yaitu suatu angka yang dipakai dalam perkalian variabel. Saat angka koefisien = 1, maka bisa tidak dituliskan.

Konstanta (*constant*) yakni suatu harga yang tetap (*constant*) pada bentuk aljabar. Karakteristik konstanta yakni tidak memiliki variabel. Pada rumus-rumus tertentu, konstanta akan dilambangkan dalam bentuk huruf (misal: a, b, lainnya) atau seperti simbol khusus. Suku pada bentuk aljabar merupakan keseluruhan bagian yang terkandung dalam bentuk aljabar. Suku dipergunakan dalam menyederhanakan penjelasan bentuk aljabar agar mudah untuk dijelaskan. Suku-suku pada bentuk aljabar dibagi atas suku sejenis (variabel dengan pangkat yang sama) dan suku tak sejenis (tidak mempunyai variabel yang sama). Penamaan bentuk aljabar menurut banyaknya suku :

- 3, x, dan $3x$ dinamakan suku satu atau monomial

- $3x$+6 dinamakan suku dua atau binomial
- $3x$+$5y$+12 dinamakan suku tiga atau trinomial
- Untuk bentuk aljabar yang tersusun atas lebih dari tiga suku dinamakan polynomial (Silviana, Putra, Anggoro, 2020).

2.3 Operasi Aljabar

a. Penjumlahan

Penjumlahan bentuk aljabar yakni melalui penyederhanaan suku-suku aljabar dengan suku sejenis.

Contoh :

1. $2x + 5x$
   Penyelesaian:
   $2x + 5x = (2 + 5)x = 7x$
2. $-5y + 8y$
   Penyelesaian :
   $-5y + 8y = (-5 + 8)y = 3y$
3. $-3z + (-10z)$
   Penyelesaian :
   $-3z + (-10z) = [-3 + (-10)]z = -13z$
4. Hasil ulangan matematika Yani berlebih 20 dari hasil ulangan Defa. Tentukan jumlah kedua hasil ulangan mereka dalam *x*
   Penyelesaian :
   Diketahui : Hasil ulangan Defa = *x*
   Hasil ulangan Yani = *x* + 20
   Ditanya : Jumlah hasil ulangan keduanya
   Jawab :
   Jumlah hasil ulangan = hasil ulangan Defa + hasil ulangan Yani

$= x + (x + 20)$
$= x + x + 20$
$= 2x + 20$

Maka, jumlah hasil ulangan mereka adalah $2x + 20$

Berdasarkan contoh di atas, dapat dilihat bahwa untuk operasi penjumlahan berlaku $ac + bc = (a + b)c$

b. Pengurangan

Pada pengurangan terkadang ada kalimat yang disalahartikan, seperti

- ✓ Kurangkan *m* dari *n*, berarti $n - m$
- ✓ Kurangkan *m* oleh *n,* berarti $m - n$

Contoh :

1. Hasil pengurangan $2x - y^2 - 3y$ oleh $3y^2 - 3x + 3y$
   Penyelesaian :
   $(2x - y^2 - 3y) - (4y^2 - 7x - 3y) =$
   $2x - y^2 - 3y - 4y^2 + 7x + 3y =$
   $2x + 7x - y^2 - 4y^2 - 3y + 3y =$
   $(2 + 7)x - (1 + 4)y^2 - (3 - 3)y =$
   $9x - 5y^2 - 0 =$
   $9x - 5y^2$

2. Hasil pengurangan $-5x^2 + 5y - 30$ dari $-8y - 12x^2 + 21$
   Penyelesaian :
   $-8y - 12x^2 + 21 - (-5x^2 + 5y - 30) =$
   $-8y - 12x^2 + 21 + 5x^2 - 5y + 30 =$
   $-8y - 5y - 12x^2 + 5x^2 + 21 + 30 =$
   $-(8 + 5)y - (12 - 5)x^2 + (21 + 30) =$

$$-13y - 7x^2 + 51$$

3. Hasil dari $(-2x^2 + y^2 - 11x + 9y - 20) - (-9x^2 + 5y^2 - 8y + 9)$
   Penyelesaian :

$$(-2x^2 + y^2 - 11x + 9y - 20) - (-9x^2 + 5y^2 - 8y + 9)$$
$$=$$
$$-2x^2 + y^2 - 11x + 9y - 20 + 9x^2 - 5y^2 + 8y - 9 =$$
$$-2x^2 + 9x^2 + y^2 - 5y^2 - 11x + 9y + 8y - 20 - 9 =$$
$$(-2 + 9)x^2 + (1 - 5)y^2 - 11x + (9 + 8)y - (20 + 9) =$$
$$7x^2 - 4y^2 - 11x + 17y - 29$$

Dari contoh di atas, sifat operasi hitung penjumlahan dan pengurangan pada bilangan bulat juga dapat digunakan pada bentuk aljabar

a. Sifat Komutatif
   $x + y = y + x$, dengan *x* dan *y* bilangan real
b. Sifat Asosiatif
   $(x + y) + z = x + (y + z)$, dengan *x,y, z* bilangan real
c. Sifat Distributif
   $x(y + z) = xy + xz$, dengan *x,y,z* bilangan real

c. Perkalian

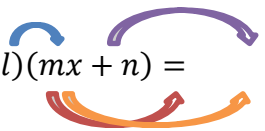
Contoh :

1. $2x$ berarti 2 kali x
2. $5by = 5(by)$
3. $3yz + 3yx$
   Bentuk yang sama dari kedua bentuk adalah $3y$. Oleh sebab itu dapat dibuat seperti sifat distributif pada operasi hitung penjumlahan dan pengurangan
   $3yz + 3yx = 3y(z + x)$

Berdasarkan contoh di atas, maka perkalian antara aljabar dengan konstanta dapat dibuat menjadi

$$k(ax) = kax$$
$$k(ax + b) = kax + kb$$
$$ka(x + y) = kax + kay$$

Sedangkan untuk perkalian dua bentuk aljabar dapat diuraikan sebagai berikut



$$(kx + l)(mx + n) =$$
$$= (kx.mx) + (kx.n) + (l.mx) + (l.n)$$
$$= kmx^2 + knx + lmx + ln$$
$$= kmx^2 + (kn + lm)x + ln$$

Contoh :

4. Tentukan hasil aljabar dari $(9x - 3)(2x + 6)$
   Penyelesaian :
   $(9x - 3)(2x + 6)$
   $= 9x(2x) + 9x(6) + (-3)(2x) + (-3)(6)$
   $= 18x^2 + 54x - 6x - 18$
   $= 18x^2 + (54 - 6)x - 18$
   $= 18x^2 + 48x - 18$

5. Carilah hasil dari $3(2y^2 - 5x + 8)$
   Penyelesaian :
   $3(2y^2 - 5x + 8) = 6y^2 - 15x + 24$

6. Bu Mida memiliki tanah yang berbentuk persegi panjang. Panjang tanah $(3x + 5)$cm dan lebar tanah $(2x + 12)$cm. Tentukanlah luas tanah bu Mida

Penyelesaian :
Diketahui : Panjang = $(3x + 5)$cm
Lebar = $(2x + 12)$cm
Ditanya : Luas tanah bu Mida
Jawab :
Luas persegi panjang = $p \times l$

$$= (3x + 5)cm \times (2x + 12)\ cm$$
$$= (3x \times 2x) + (3x \times 12) + (5 \times 2x) + (5 \times 12)$$
$$= 6x^2 + 36x + 10x + 60$$
$$= 6x^2 + 46x + 60$$

Jadi luas tanah bu Mida adalah $6x^2 + 46x + 60\ cm^2$

d. Pembagian

Hasil bagi dari dua bentuk aljabar didapatkan dengan menentukan faktor sekutu masing-masing bentuk aljabar lalu mengerjakan pembagian pada pembilang dan penyebutnya.

Contoh :

1. Sederhanakanlah pembagian dari:
   a. $12xy : 2xy$
   b. $15x^2y : 3x$
   c. $x^2 - 4x - 21\ oleh\ (x + 3)$

   Penyelesaian :
   a. $\frac{12xy}{2xy} = 6$
   b. $\frac{15x^2y}{3x} = \frac{15.x.x.y}{3x} = 5xy$
   c. $\frac{x^2-4x-21}{x+3} = \frac{(x-7)(x+3)}{x-3} = x - 7$

2. Jika luas pintu rumah pak Wira yang berbentuk persegi panjang adalah $(n^2 + 8n - 84)\ cm^2$, maka tentukan panjang pintu jika lebar pintunya $(n - 6)$cm

   Penyelesaian :

   Diketahui : luas = $(n^2 + 8n - 84)\ cm^2$

   Lebar = $(n - 6)$cm

   Ditanya : Panjang pintu

   Jawab :

   Luas persegi panjang = $p \times l$

$$n^2 + 8n - 84 = p \times (n - 6)$$
$$p = \frac{n^2 + 8n - 84}{n - 6}$$
$$p = \frac{(n + 14)(n - 6)}{n - 6}$$
$$p = n + 14$$

   Maka, panjang pintu rumah pak Wira adalah $(n + 14)$ cm.

2.4 Perpangkatan

Perpangkatan adalah perkalian bilangan sebanyak *n* kali, seperti

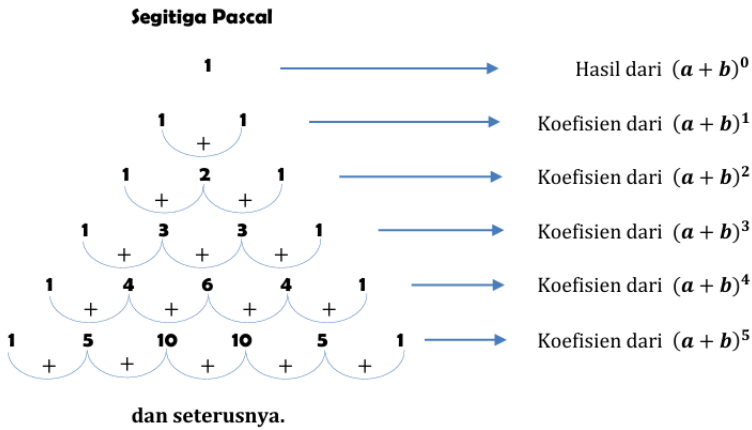
$$3^5 = \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}_{sebanyak\ 5\ kali}$$

$$(-2)^4 = \underbrace{(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)}_{sebanyak\ 4\ kali}$$

Dari contoh di atas dapat dibuat bentuk perpangkatan menjadi

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{sebanyak\ n\ kali}$$

Untuk bentuk aljabar suku dua $(a+b)$ jika dipangkatkan akan menjadi $(a+b)^n$ dimana n merupakan bilangan asli. Perpangkatan bentuk aljabar suku dua, koefisien masing-masing suku dapat ditetapkan melalui segitiga pascal yang dijabarkan sebagai berikut



(Krismasari, 2015)

Contoh :
Carilah hasil dari bentuk aljabar berikut
1. $(4x+2y)^2$
2. $(2x^2+3y)^5$

Penyelesaian :

1. $(4x+2y)^2 = (4x)^2 + 2(4x)(2y) + (2y)^2$
$= 4^2x^2 + 16xy + 2^2y^2$
$= 16x^2 + 16xy + 4y^2$

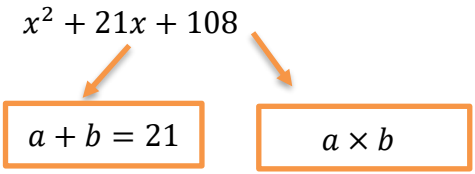
2. $(2x^2+3y)^5 = (2x^2)^5 + 5(2x^2)^4(3y) + 10(2x^2)^3(3y)^2 +$
$10(2x^2)^2(3y)^3 + 5(2x^2)(3y)^4 + (3y)^5$
$= 2^5x^{10} + 5(2^4x^8)(3y) + 10(2^3x^6)(3^2y^2) +$
$10(2^2x^4)(3^3y^3) + 5(2x^2)(3^4y^4) + (3^5y^5)$

$$= 32x^{10} + 5\left(16x\sqrt{\ }^{8}\right)(3y) +$$
$$10(8x^6)(9y^2) +$$
$$10(4x^4)(27y^3) + 5(2x^2)(81y^4) + 243y^5$$
$$= 32x^{10} + 240x^8y + 720x^6y^2 + 1080x^4y^3 + 810x^2y^4 + 243y^5$$

2.5 Pemfaktoran

Contoh :
Faktorkan bentuk aljabar berikut
1. $24y^3 + 3y$
2. $36g^2 - 81$
3. $x^2 + 21x + 108$
4. $m^2 - 14m + 49$

Penyelesaian :
1. $24y^3 + 3y = 3y(8y^2 + 1)$
2. $36g^2 - 81 = [(\sqrt{36g^2}) + (\sqrt{81})][(\sqrt{36g^2}) - (\sqrt{81})]$
   $= (6g + 9)(6g - 9)$
3. $x^2 + 21x + 108$ dapat diselesaikan dengan cara



Selesaikan terlebih dahulu dari perkalian. Perkalian dua angka yang menghasilkan 108 adalah
$(2 \times 54),\ (3 \times 36),\ (4 \times 27),\ (6 \times 18),\ (9 \times 12)$
Lalu diantara angka diatas dicari yang hasil penjumlahannya menghasilkan 21, yaitu angka 9 dan 12. Maka penyelesaian dari bentuk $x^2 + 21x + 108 = (x + 9)(x + 12)$

4. $m^2 - 14m + 49 = (x - 7)(x - 7) = (x - 7)^2$

Dalam bentuk aljabar, pemfaktoran dan perkalian dua suku seperti hubungan timbal balik. Perkalian dua bentuk pengkuadratan yaitu

$$(e + f)^2 = (e + f)(e + f)$$
$$= e(e + f) + f(e + f)$$
$$= e^2 + ef + ef + f^2$$
$$= e^2 + 2ef + f^2$$

$$(e - f)^2 = (e - f)(e - f)$$
$$= e(e - f) - f(e - f)$$
$$= e^2 - ef - ef + f^2$$
$$= e^2 - 2ef + f^2$$

$$e^2 - f^2 = (e + f)(e - f)$$

(Karso,__)

2.6 Pecahan Bentuk Aljabar

a. Operasi hitung pecahan bentuk aljabar

1) Penjumlahan dan pengurangan

Contoh :

Selesaikanlah operasi hitung dari $\frac{3xy}{y} + \frac{x^2}{xy}$

Penyelesaian :

Untuk menyelesaikan pecahan di atas, maka kalikan sesama penyebut dan kali silang antar pecahan seperti di bawah ini:

$$\frac{3xy}{y} \overset{\times}{\underset{\times}{+}} \frac{x^2}{xy} =$$

Hasilnya menjadi

$$\frac{(3xy)(xy)+(x^2)(y)}{y(xy)} = \frac{3x^2y^2+x^2y}{xy^2}$$
$$= \frac{3x^2y^2}{xy^2} + \frac{x^2y}{xy^2}$$
$$= 3x + \frac{x}{y}$$

Untuk operasi penjumlahan dan pengurangan digunakan

$\frac{e}{f} + \frac{g}{h} = \frac{eh+fg}{fh}$, dengan $f \neq 0, h \neq 0$

$\frac{e}{f} - \frac{g}{h} = \frac{eh-fg}{fh}$, dengan $f \neq 0, h \neq 0$

2) Perkalian dan pembagian

Contoh :

Selesaikan hasil operasi hitung dari $\left(\frac{3x}{y} \times \frac{5y^2}{3x^2}\right)$ dan $\left(\frac{3x}{y} \div \frac{5y^2}{3x^2}\right)$

Penyelesaian :

$$\frac{3x}{y} \times \frac{5y^2}{3x^2} = \frac{15xy^2}{3x^2y} = \frac{5y}{x}$$
$$\frac{3x}{y} \div \frac{5y^2}{3x^2} = \frac{3x}{y} \times \frac{3x^2}{5y^2} = \frac{9x^3}{5y^3}$$

Untuk operasi perkalian dan pembagian digunakan

$\frac{e}{f} \times \frac{g}{h} = \frac{eg}{fh}$, dengan $f \neq 0, h \neq 0$

$$\frac{e}{f} \div \frac{g}{h} = \frac{e}{f} \times \frac{h}{g} = \frac{eh}{fg}, \text{ dengan } f \neq 0, h \neq 0$$

b. Perpangkatan pecahan bentuk aljabar

Contoh :

Hasil dari $\left(\frac{-2p}{3}\right)^3$ adalah ...

Penyelesaian :

$$\left(\frac{-2p}{3}\right)^3 = \left(\frac{-2p}{3}\right) \times \left(\frac{-2p}{3}\right) \times \left(\frac{-2p}{3}\right) = \frac{-8p^3}{27}$$

Operasi perpangkatan adalah perkalian bilangan yang sama secara berulang. Hal ini berlaku juga pada bentuk pecahan.

$$\left(\frac{e}{f}\right)^n = \underbrace{\frac{e}{f} \times \frac{e}{f} \times \frac{e}{f} \times \ldots \times \frac{e}{f}}_{sebanyak\ n\ kali} = \frac{e^n}{f^n}$$

Contoh Soal dan Pembahasan

1. Bu Ida membagikan uang sebesar Rp 330.000,00 pada ketiga anaknya. Anak kedua diberi uang Rp 30.000,00 lebih banyak daripada anak ketiga. Anak pertama mendapatkan dua kali lipat dari anak kedua. Banyak uang yang diterima anak kedua adalah ...

   Penyelesaian :

   Diketahui :

   Total uang Rp 330.000,00

   Uang anak ketiga = x

   Uang anak kedua = x + Rp 30.000,00

   Uang anak pertama = 2 (x + Rp 30.000,00) = 2x + Rp 60.000,00

Ditanya :
Jumlah uang yang diterima anak kedua
Jawab :
Total uang = uang anak pertama + uang anak kedua + uang
anak ketiga
330.000 = 2x + 60.000 + x + 30.000 + x
330.000 = 4x + 90.000
330.000 – 90.000 = 4x
240.000 = 4x
x = 60.000
Uang anak kedua = x + Rp 30.000,00 = Rp 60.000,00 + Rp 30.000,00 = Rp 90.000,00

2. Dalam satu kelas terdapat siswa perempuan dan laki-laki dengan ketentuan siswa perempuan lebih sedikit 5 orang dari siswa laki-laki. Jumlah siswa laki-laki adalah $\frac{3}{2}$ dari jumlah siswa Perempuan, maka banyak siswa laki-laki dan perempuan adalah ...
Penyelesaian :
Diketahui :
Siswa perempuan = p
Siswa laki-laki = l
Dari soal diketahui bahwa $p = l - 5$ ..... *(i)*
$l = \frac{3}{2}p$.....*(ii)*
Ditanya : jumlah siswa laki-laki dan Perempuan
Jawab :

Substitusikan (i) ke (ii)

$$l = \frac{3}{2}(l - 5)$$
$$l = \frac{3}{2}l - \frac{15}{2}$$
$$l - \frac{3}{2}l = -\frac{15}{2}$$
$$-\frac{1}{2}l = -\frac{15}{2}$$
$$l = \frac{15}{2} \div \frac{1}{2}$$
$$l = \frac{15}{2} \times \frac{2}{1} = 15$$

Substitusikan l = 15 ke persamaan (i)

$$p = l - 5 = 15 - 5 = 10$$

Maka diperoleh bahwa siswa laki-laki berjumlah 15 orang dan siswa perempuan berjumlah 10 orang.

3. Sebuah pecahan bernilai $\frac{3}{4}$. Ketika pembilang dan penyebut masing-masing dikurangi 6, maka hasilnya menjadi $\frac{5}{6}$. Selisih pembilang dan penyebut adalah …

   Penyelesaian :

   Diketahui :

   Pembilang = v

   Penyebut = w

   Dari soal diketahui $\frac{v}{w} = \frac{3}{4} \longrightarrow v = \frac{3w}{4}$

   $$\frac{v - 6}{w - 6} = \frac{5}{6}$$

   Ditanya : $v - w$

   Jawab :

   $$\frac{v - 6}{w - 6} = \frac{5}{6}$$

$$6v - 36 = 5w - 30$$
$$6v - 5w = 6$$
$$6\left(\frac{3w}{4}\right) - 5w = 6$$
$$\frac{18w}{4} - 5w = 6$$
$$\frac{18w - 20w}{4} = 6$$
$$\frac{-2w}{4} = 6$$
$$-2w = 24$$
$$w = \frac{24}{-2} = -12$$

Substitusikan $w = -12$ ke persamaan $v = \frac{3w}{4}$

$$v = \frac{3w}{4}$$
$$v = \frac{3 \times (-12)}{4} = \frac{-36}{4} = -9$$

Maka $v - w = -9 - (-12) = -9 + 12 = 3$

DAFTAR PUSTAKA

Karso. ___. *Bentuk-Bentuk Aljabar (Pembelajaran Matematika SMP).* Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia.

Krismasari, E.R. 2015. *Modul Matematika Aljabar Berbasis Pendekatan Kontekstual.* Ponorogo: Universitas Muhammadiyah Ponorogo.

Silviana, Putra, Anggoro. 2020. *Matematika: Kumpulan Soal Cerita Aljabar dan Pembahasannya SMP/MTS.* Malang: Ahlimedia Press.

BAB 3
FUNGSI DAN GRAFIK

Oleh Dewi Purnama Sari

Dalam matematika, **fungsi** dan **grafik** memiliki hubungan erat yang membantu kita memahami bagaimana satu variabel bergantung pada variabel lainnya. Berikut penjelasan mengenai kedua konsep tersebut:

3.1 Fungsi

Dalam matematika, fungsi adalah aturan yang menghubungkan setiap elemen dalam satu himpunan **(disebut sebagai domain)** dengan tepat satu elemen di himpunan lain **(disebut sebagai kodomain).**Dalam kata lain, fungsi menghubungkan input dengan output.(Julan Hernandi, 2021)

Fungsi sering dinotasikan sebagai:

$$F : X \longrightarrow Y \text{ atau } y = f(x)$$

3.1.1 Komponen Fungsi:

Adapun komponen-komponen fungsi sebagai berikut :

- **Domain (Daerah Asal):** Kumpulan semua nilai masukan (input) yang diperbolehkan.
- **Kodomain (Daerah Kawan):** Kumpulan semua kemungkinan hasil (output).
- **Range (Hasil Fungsi):** Bagian dari kodomain yang benar-benar dihasilkan oleh fungsi.

3.1.2 Sifat Fungsi:

Fungsi memiliki 3 sifat, diantaranya :

- **Fungsi Injektif (Satu-satu):** Setiap elemen di domain memiliki pasangan unik di kodomain.
- **Fungsi Surjektif (Onto):** Semua elemen di kodomain memiliki pasangan di domain.
- **Fungsi Bijektif:** Gabungan dari injektif dan surjektif (korespondensi satu-satu).

Nama lain Fungsi adalah **Pemetaan** atau **Transformasi**

Contoh sederhana fungsi adalah:

$$f(x)= 2x+4$$

Di sini, fungsi f(x) menghubungkan setiap nilai x dengan 2x+4.

3.2 Fungsi dan Grafiknya

Grafik suatu fungsi adalah representasi visual dari hubungan antara domain dan kodomainnya. Misalnya, grafik dari fungsi f(x)=2x+4 akan berupa garis lurus.

Untuk menggambarkan grafiknya:

Salah satu teknik untuk menyelesaikan masalah pemrograman linier dengan dua variabel pilihan adalah metode grafis (Asmara dkk., 2018). Nilai optimal suatu fungsi dapat ditemukan menggunakan metode grafis, meskipun metode ini hanya berlaku untuk dua variabel pilihan (Rustiandini dkk., 2022). Penggunaan metode grafis akan menjadi tantangan jika terdapat lebih dari dua variabel pilihan. (Islami dkk., 2022).

Titik potong sumbu y dapat ditentukan dengan pemisalan

f(x) = 2x + 4	
X=0	Y = 4

Maka titik potong sumbuh y = (0,4), dengan kemiringan **(gradien) =** 2

sehingga grafiknya melewati titik (0,4)

Kemiringan grafik atau gradiennya adalah 2, yang berarti untuk setiap penambahan 1 pada x, nilai f(x) bertambah 2.

3.3 Macam -Macam Fungsi

Berikut adalah beberapa macam fungsi yang umum ditemukan dalam matematika:

1. Fungsi Linear

Fungsi linier adalah suatu fungsi yang grafiknya berupa garis lurus. Bentuk umumnya adalah:

$$f(x) = ax + b$$

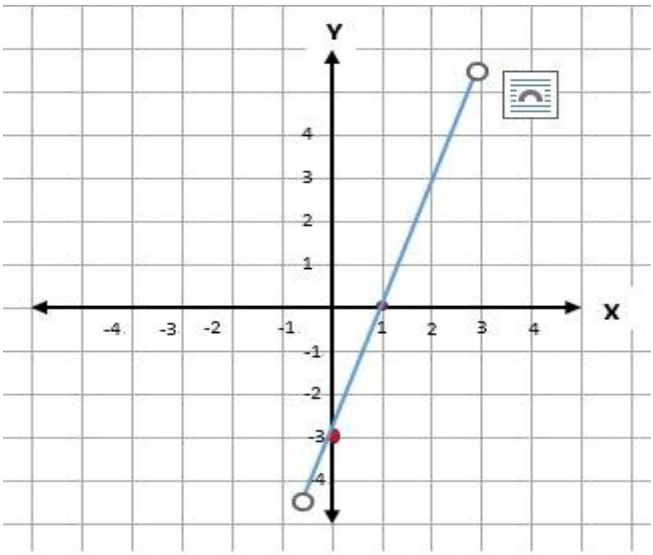
Keterangan :
a = adalah kemiringan garis (gradien)
b = adalah titik potong pada sumbu y.

Contoh:

Gambarkan grafik fungsi , f (x)= 3x-3

Penyelesaian
f(x) = 3x -3 atau
y = 3x- 3

Kita misalkan
Jika x = 0 , maka y = -3 (0,-3)
Jika y = 0 , maka x = 1 (1, 0)



Gambar 3. 1. Grafik fungsi f(x) = 3x-3

Grafiknya adalah garis lurus dengan gradien 3 dan potong y di- 3

Ciri-Ciri Grafik Fungsi Linier

- Grafiknya berupa garis lurus miring yang secara konsisten
- memotong sumbu X di titik (-b/a, 0) dan sumbu Y di posisi (0, b).
- Yang perlu Anda lakukan adalah menggabungkan dua titik, misalnya (0, b), dengan titik (-b/a, 0) atau dua titik acak lainnya untuk membuat grafik fungsi linier

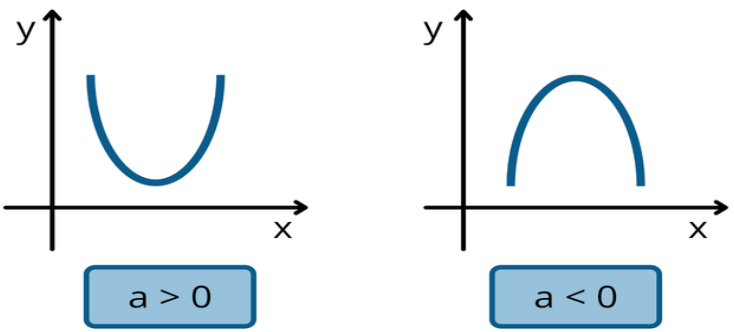
2. Fungsi Kuadrat

Fungsi kuadrat adalah fungsi yang grafiknya berbentuk parabola. Bentuk umumnya adalah:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

di mana a, b, dan c adalah **konstanta**.

Grafiknya berbentuk parabola yang terbuka ke atas jika a> 0, dan ke bawah jika a<0.



Gambar 3. 2. Fungsi Kuadrat

Syarat dan Komponen Grafik Fungsi Kuadrat

1. Koefisien a Tidak Sama dengan Nol

   Jika a=0, maka fungsi menjadi linear, bukan kuadrat.

2. Arah Cekungan (Konkavitas)
   - Jika a>0, grafik terbuka ke atas (tersenyum).
   - Jika a<0, grafik terbuka ke bawah (cemberut).
3. Titik Puncak (Vertex)
   - Koordinat puncak diperoleh dari rumus:

$x = \frac{-b}{2a}$, atau y = f($\frac{-b}{2a}$)

- Ini adalah titik tertinggi (jika a<0) atau titik terendah (jika a>0).

4. Sumbu Simetri
   - Persamaan sumbu simetri:

$$x = \frac{-b}{2a}$$

Ini adalah garis vertikal yang membagi grafik menjadi dua bagian yang simetris.

5. Titik Potong Sumbu y
   - Diperoleh dari c pada fungsi $f(x) = ax^2 + bx + c$

   - Titik potong: (0,c)
6. Titik Potong Sumbu x(Jika Ada)

Diperoleh dengan menyelesaikan persamaan kuadrat .

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

- Gunakan rumus kuadrat:

Contoh:

Gambarkan grafik dari fungsi $f(x) = x^2 - 4x + 3$

Penyelesaian:

Dari soal diatas maka didapat

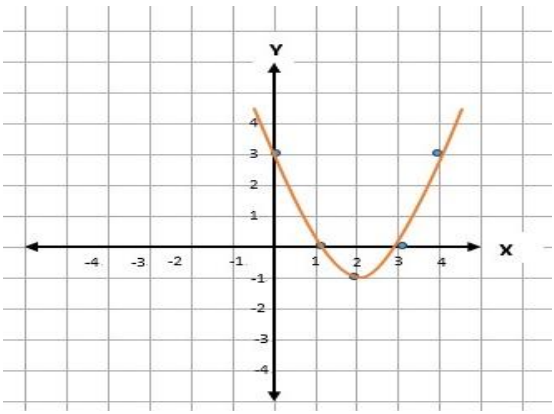
a=1, b=-4 dan c=3

Titik Puncak $x = \frac{-(-4)}{2(1)}$

$x = 2$

Misalkan x

x	Y = $x^2 - 4x + 3$	Titik -titiknya
0	3	(0,3)
1	1-4+3 = 0	(1,0)
2	4-8+3 = -1	(2,-1)
3	9-12+3 = 0	(3,0)
4	16-16+ 3 = 3	(4,3)



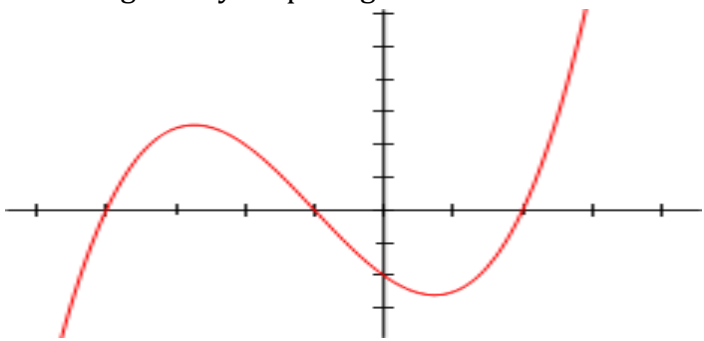
Gambar 3. 3. Grafik Fungsi Kuadrat $f(x) = x^2 - 4x + 3$

3. Fungsi Kubik

Fungsi kubik adalah fungsi yang grafiknya berbentuk kurva yang lebih kompleks. Bentuk umum dari fungsi kubik adalah:

$$f(x) = a\,x^3 + bx^2 + cx + d$$

Gambar grafiknya seperti gambar dibawah ini



Gambar 3. 4. Grafik Fungsi Kubik

Contoh:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + x + 2$$

Grafiknya memiliki bentuk yang lebih kompleks, dengan belokan dan titik balik.

4. Fungsi Rasional

Fungsi rasional adalah fungsi yang merupakan perbandingan dua polinomial. Bentuk umumnya adalah:

$$f\ (x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$$

Di mana:

- f(x)adalah fungsi rasional
- P(x) adalah polinomial pembilang
- Q(x) adalah polinomial penyebut, dan Q(x)≠0

Contoh:

1. $f\ (x) = \frac{x^2+5}{x^{2-4}}$

Sifat-Sifat Fungsi Rasional:

- **Asimtot Vertikal**: Terjadi jika Q(x)=0 (nilai pembuat nol di penyebut).
- **Asimtot Horizontal atau Miring**: Ditentukan berdasarkan derajat polinomial pembilang dan penyebut.
- **Domain (Daerah Asal)**: Semua bilangan real kecuali nilai yang menyebabkan penyebut menjadi nol.

5. Fungsi Eksponen

Fungsi eksponen adalah fungsi yang melibatkan eksponen atau pangkat bilangan tetap. Bentuk umum dari fungsi eksponen adalah:

$$F(x) = a.b^x$$

Keterangan:

- a: Konstanta atau koefisien (bilangan riil yang tidak nol). Ini menentukan skala atau besar kecilnya grafik.

- b: Basis (bilangan positif dan b≠1. Ini menentukan seberapa cepat pertumbuhan atau peluruhan.
- x: Variabel bebas (bisa berupa bilangan riil atau kompleks).

Sifat-sifat fungsi eksponensial:

1. Jika b>1 = Fungsi bersifat meningkat (pertumbuhan eksponensial).
2. Jika 0<b<1 = Fungsi bersifat menurun (peluruhan eksponensial).
3. Grafik fungsi eksponensial tidak pernah menyentuh sumbu-x, tetapi mendekatinya (asimtot horizontal di y=0).
4. Domain (daerah asal): Semua bilangan riil (x ϵ R)
5. Range (daerah hasil): y>0 (untuk a>0).
6. Titik potong dengan sumbu-y: (0,a)

6. Fungsi Logaritma

Fungsi logaritma adalah invers dari fungsi eksponen. Bentuk umum dari fungsi logaritma adalah:

$$f\ (x) = Log_a.(x)$$

Di mana:
a = basis (bilangan pokok)
x = bilangan yang dilogaritmakan (harus x>0)

Jenis-Jenis Logaritma:

1. **Logaritma Biasa (Logaritma Basis 10)**
   Ditulis sebagai $\log(x)\ berarti\ Log_{10}.(x)$

2. **Logaritma Natural (Logaritma Basis e)**
   Ditulis sebagai $\ln(x)$ $berarti\ Log_e.(x)$yang berarti di mana e≈2.718 (bilangan Euler).

Contoh:

1. Selesaikan $Log_2.(16)$
   Penyelesaian
   Karena $2^4 = 16\ maka\ Log_2.(16) = 4$
   Grafiknya menunjukkan pertumbuhan yang lebih lambat dibandingkan fungsi eksponensial.

7. Fungsi Trigonometri

Fungsi trigonometri adalah fungsi yang berhubungan dengan sudut dalam segitiga siku-siku dan dapat digunakan dalam berbagai aplikasi matematika. Fungsi ini sangat penting dalam berbagai bidang seperti matematika, fisika, teknik, dan astronomi. Berikut adalah penjelasan tentang fungsi-fungsi trigonometri utama:

a. Fungsi Trigonometri Dasar:

- Sinus (sin): Perbandingan antara panjang sisi di depan sudut dengan panjang sisi miring.

$$Sin\ \theta = \frac{Sisi\ Depan}{Hipotenusa}$$

- Kosinus (cos): Perbandingan antara panjang sisi di samping sudut dengan panjang sisi miring.

$$Cos\ \theta = \frac{Sisi\ Samping}{Hipotenusa}$$

- Tangen (tan): Perbandingan antara panjang sisi di depan sudut dengan panjang sisi di samping sudut.

$$Tan\ \theta = \frac{Sin\ \theta}{\cos\theta} = \frac{Sisi\ depan}{sisi\ samping}$$

b. Aplikasi Fungsi Trigonometri:

Trigonometri dapat diaplikasikan pada berbagai masala contohnya :

- Menghitung jarak dan sudut di bidang geometri.
- Menganalisis gelombang (suara, cahaya, arus listrik).
- Navigasi dan astronomi.
- Desain teknik dan arsitektur.

8. Fungsi Nilai Mutlak

Fungsi nilai mutlak adalah fungsi yang memetakan setiap nilai x ke nilai absolutnya (jarak x dari 0). Bentuk umumnya adalah:

$$f(x) = |x|$$

Grafiknya memiliki bentuk yang lebih halus dan meningkat seiring x bertambah.

3.4 Grafik Fungsi dalam Matematika

Grafik fungsi adalah representasi visual dari hubungan antara variabel independen (x) dan variabel dependen (y). Grafik fungsi biasanya digambar di bidang kartesius (sumbu-x dan sumbu-y).

Ciri-Ciri Grafik Fungsi:

- **Setiap nilai x** hanya memiliki **satu** nilai y
- **Uji Garis Vertikal**: Jika sebuah garis vertikal memotong grafik di lebih dari satu titik, maka hubungan tersebut **bukan fungsi**.

3.5 Penerapan Fungsi dan Grafik dalam Kehidupan

Fungsi dan grafik memiliki peran penting dalam kehidupan sehari-hari karena membantu kita memahami hubungan antara dua variabel atau lebih. Berikut adalah beberapa contoh penerapan fungsi dan grafik di berbagai bidang:

1. **Ekonomi dan Keuangan**
   - Fungsi: Digunakan untuk menghitung pendapatan, pengeluaran, dan keuntungan.
   - Grafik: Grafik pendapatan vs. waktu dapat menunjukkan tren keuangan suatu bisnis.
   - *Contoh:* Fungsi linier bisa menggambarkan hubungan antara jumlah barang yang terjual dan total pendapatan.

2. **Pendidikan dan Statistik**
   - Fungsi: Membantu menganalisis hasil ujian berdasarkan waktu belajar.
   - Grafik: Grafik dapat menunjukkan hubungan antara jam belajar dan nilai ujian.

- *Contoh:* Fungsi eksponensial bisa digunakan untuk memahami *pertumbuhan* hasil belajar siswa.

3. Teknologi dan Ilmu Pengetahuan

- Fungsi: Menganalisis data sensor atau perubahan suhu seiring waktu.
- Grafik: Grafik dapat menunjukkan fluktuasi suhu harian atau bulanan.
- *Contoh:* Fungsi trigonometri digunakan dalam analisis gelombang suara atau cahaya.

4. Transportasi

- Fungsi: Menghitung jarak tempuh berdasarkan kecepatan dan waktu.
- Grafik: Grafik kecepatan terhadap waktu membantu memantau perjalanan.
- *Contoh:* Fungsi linear digunakan untuk menghitung jarak dengan rumus s=v×s

5. Kesehatan

- Fungsi: Digunakan untuk menghitung dosis obat berdasarkan berat badan.
- Grafik: Grafik pertumbuhan anak menunjukkan hubungan antara usia dan tinggi badan.
- *Contoh:* Fungsi logistik digunakan dalam model penyebaran penyakit.

6. Bisnis dan Pemasaran

- Fungsi: Memprediksi penjualan berdasarkan strategi pemasaran.

- Grafik: Grafik permintaan vs. harga menunjukkan elastisitas produk.
- *Contoh:* Fungsi kuadrat bisa menggambarkan hubungan antara harga dan jumlah barang terjual

Latihan Soal

1. Gambarlah fungsi grafik f(x) = 2x-1 (Entis Sutisna, 2015)
2. Gambarkan fungsi eksponensial f(x) = x^2 -2x-8 (Fauzi and Prihatnani, 2020)
3. Tentukan daerah asal $f(x) = \frac{4}{x+1}$ (Entis Sutisna, 2015)
4. Tentukan Gradien garis singgung kurva dari fungsi f (x) = x^2-4x+4

DAFTAR PUSTAKA

Entis Sutisna (2015) 'Modul Matematika umum Kelas X', *Paper Knowledge . Toward a Media History of Documents*, 3(April), pp. 49–58.

Fauzi, I.S. and Prihatnani, E. (2020) 'Pemahaman Konsep Grafik Fungsi Kuadrat Siswa Kelas X SMA', *Jurnal Cendekia : Jurnal Pendidikan Matematika*, 4(1), pp. 82–103. Available at: https://doi.org/10.31004/cendekia.v4i1.162.

Islami, A. *et al.* (2022) 'Penerapan Metode Grafik untuk Menghitung Keuntungan Maksimum Usaha Loambeaf pada Mata Kuliah Kewirausahaan Mahasiswa Pendidikan Matematika', *COMSERVA : Jurnal Penelitian dan Pengabdian Masyarakat*, 2(8), pp. 1487–1493. Available at: https://doi.org/10.59141/comserva.v2i8.504.

Julan Hernandi (2021) *Kalkulus 1*. 1st edn. Yogyakarta.

Rustiandini, C. *et al.* (2022) 'Analisa Pengoptimalan Keuntungan pada Pabrik Tempe Menggunakan Metode Grafik', *COMSERVA : Jurnal Penelitian dan Pengabdian Masyarakat*, 2(8), pp. 1258–1265. Available at: https://doi.org/10.59141/comserva.v2i8.479.

Asmara, T., Rahmawati, M., Aprilla, M., Harahap, E., & Darmawan, D. (2018). Strategi Pembelajaran Pemrograman Linier Menggunakan Metode Grafik Dan Simpleks. Teknologi Pembelajaran, 3(1)

BAB 4
GEOMETRI

Oleh Mirna Riazil Jannah

4.1 Pendahuluan

Matematika adalah ilmu yang mencakup berbagai konsep, mulai dari bilangan hingga rumus geometri yang kompleks. Matematika juga bagian utama dalam proses serta metode untuk menentukan lambang, konsep yang konsisten dan tepat, serta sifat-sifat, baik secara abstrak, matematika terapan atau matematika murni (Yunus, Astuti, & Khairina, 2015).

Mempelajari matematika bermanfaat untuk meningkatkan kecerdasan, dan fungsi otak (Nurfadhillah, dkk., 2021) berpikir kritis, sistematis, logis serta berpikir objektif (Susanti, 2020).

Matematika memiliki banyak cabang antara lain, pertama operasi hitung bilangan merupakan dasar utama untuk memahami konsep matematika (Siregar, Solfitri, & Roza, 2014), kedua bilangan bulat adalah bilangan yang bisa ditulis tanpa ada pecahan atau desimal (Arifuddin & Arrosyid dalam Asma, 2022), ketiga pengukuran berat adalah cara membandingkan suatu benda dengan benda lain yang massa benda tersebut sudah diketahui (Aini, 2017). Selain operasi hitung bilangan, bilangan bulat, dan

pengukuran benda, matematika juga memiliki cabang lain salah satunya adalah geometri.

Geometri merupakan matematika yang mempelajari tentang bangun datar, serta bangun ruang (Hanan & Alim, 2023). Geometri bagian matematika yang berkonsentrasi terhadap keadaan ruang, ukuran, sifat komposit di samping, serta asosiasi terhadap lainnya (Nurhayati, Asri, & Dewi, 2020) oleh karena itu membuat penalaran serta pemahaman konsep geometri yang juga bersifat abstrak (Hanafi, 2018).

4.2 Geometri : Dari Bilangan ke Bentuk

Berikut adalah perjalanan konsep matematika dari bilangan hingga rumus geometri:

4.2.1 Bilangan sebagai Dasar Matematika

- Bilangan adalah fondasi utama dalam matematika. Jenis-jenis bilangan meliputi:
- **Bilangan asli**: {1, 2, 3, ...}
- **Bilangan bulat**: {..., -2, -1, 0, 1, 2, ...}
- **Bilangan rasional**: Bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk pecahan (misalnya, 1/2, 3/4).
- **Bilangan irasional**: Bilangan yang tidak bisa dinyatakan dalam bentuk pecahan sederhana (misalnya, $\sqrt{2}$, π).
- **Bilangan real dan kompleks**: Bilangan real mencakup semua bilangan di atas, sedangkan bilangan kompleks mencakup bentuk **a + bi** (dengan **i** sebagai bilangan imajiner).

4.2.2 Operasi Matematika dan Aljabar

Dari bilangan, berkembang operasi dasar seperti:

- **Penjumlahan (+), pengurangan (-), perkalian (×), pembagian (÷)**.
- **Pangkat dan akar** (contoh: $2^3 = 8$, $\sqrt{9} = 3$).
- **Persamaan dan fungsi**: Dari konsep bilangan muncul persamaan sederhana seperti $ax+b=0$ fungsi seperti $f(x)=x^2$.

4.3 Konsep Bilangan dalam Geometri

Konsep Bilangan dalam Geometri mencakup hal-hal berikut :

a. Bilangan sering digunakan untuk menggambarkan ukuran dan perbandingan dalam geometri, misalnya panjang, luas, atau volume.
b. Rumus-rumus dasar seperti keliling, luas, dan volume benda geometri sering disusun dengan menggunakan bilangan dan koefisien.
c. poligon seperti segitiga, persegi, jajar genjang, dan bentuk-bentuk lainnya.
d. menghitung keliling dan luas bangun datar, serta penerapan rumus-rumusnya.
e. Bangun Ruang berupa kubus, balok, tabung, kerucut, bola dan lainnya
f. rumus-rumus volume dan luas permukaan untuk berbagai bangun ruang ini.

g. transformasi geometri seperti translasi (pergeseran), rotasi (putaran), refleksi (pencerminan), dan dilatasi (perbesaran atau pengecilan). Pola dan simetri dapat diperkenalkan dengan cara ini.
h. Geometri analitik, Pembahasan tentang koordinat kartesian dan bagaimana hubungan antara titik, garis, dan bentuk geometri dapat digambarkan dengan bilangan.
i. Rumus gradien, persamaan garis, dan jarak antar titik adalah konsep yang sering diajarkan.
j. bilangan dalam deret dan pola dapat digunakan untuk menemukan rumus geometri, seperti dalam kasus menghitung jumlah sisi poligon atau deret panjang sisi dalam suatu bangun.

Konsep yang menghubungkan bilangan dengan rumus dalam geometri, seperti bagaimana pola bilangan atau urutan angka dapat digunakan untuk menemukan rumus atau hubungan dalam geometri. Pada dasarnya, konsep "dari bilangan ke rumus geometri" berfokus pada bagaimana kita menggunakan bilangan dan pola numerik untuk menemukan rumus yang menjelaskan sifat-sifat bangun geometri. Berikut adalah beberapa contoh konsep utama yang sering dijumpai dalam pendekatan seperti ini:

4.3.1 Poligon dan Deret Bilangan

Dalam geometri, beberapa rumus untuk menghitung jumlah sisi, keliling, dan luas suatu bangun dapat berasal dari deret bilangan. Contohnya:

- **Jumlah sisi poligon**: Jika Anda ingin menghitung jumlah sisi dari suatu poligon dengan *n* sisi, jumlah sisi tersebut adalah bilangan *n* itu sendiri.
- **Jumlah diagonal pada poligon**: Rumus untuk jumlah diagonal pada poligon adalah $\frac{n(n-3)}{2}$, di mana *n* adalah jumlah sisi poligon. Ini adalah contoh bagaimana deret dan pola bilangan digunakan untuk menemukan rumus geometri.

4.3.2 Deret Aritmatika dan Geometri dalam Luas dalam Volume

a. **Deret Aritmatika**: Dalam beberapa masalah geometri, seperti dalam pola pembagian atau penambahan area, kita dapat menggunakan deret aritmatika. Misalnya, dalam menghitung luas dari bangun seperti trapesium dengan jumlah deret tertentu.

b. **Deret Geometri**: Terkadang deret geometri digunakan untuk menghitung volume bentuk yang mengalami pembesaran atau pengecilan secara bertahap, misalnya dalam masalah mengenai tabung atau kerucut yang lebih kecil atau lebih besar.

4.3.3 Bilangan Segitiga

a. Bilangan segitiga adalah bilangan yang dapat membentuk segitiga. Bilangan ini mengikuti rumus $T_n = \frac{n(n+1)}{2}$, di mana T_n adalah bilangan segitiga ke-n dan *n* adalah urutan bilangan tersebut.

b. Dalam geometri, bilangan segitiga sering digunakan untuk menghitung jumlah titik dalam pola segitiga atau menghitung cara membentuk bangun segitiga dari titik.

4.3.4 Pola Bilangan dalam pembagian Area

Beberapa rumus dalam geometri muncul dari pola pembagian area. Misalnya, cara menghitung jumlah kotak kecil dalam suatu bidang atau bagaimana deret angka digunakan untuk menemukan jumlah area dalam bangun geometri yang lebih kompleks.

4.3.5 Keterkaitan Antara Deret dan Rumus Bangun Datar

Dalam menghitung luas berbagai bangun datar, kita sering kali menggunakan rumus yang didasarkan pada deret bilangan, seperti menghitung luas bangun yang terdiri dari banyak bagian kecil, yang berhubungan dengan deret yang dapat dijumlahkan.

4.4 Konsep Bilangan dalam Geometri

Secara keseluruhan, pendekatan dari bilangan ke rumus geometri memberikan pemahaman lebih dalam tentang bagaimana pola dan urutan angka digunakan untuk mendefinisikan sifat-sifat geometri, serta bagaimana rumus-rumus geometri dapat dikembangkan dan dipahami melalui konsep matematika yang lebih luas, seperti deret bilangan dan hubungan numerik.

Konsep "dari bilangan ke rumus geometri," yang mencakup penggunaan bilangan dan pola dalam menemukan rumus untuk berbagai bangun geometri. Mulai dari bilangan segitiga, deret aritmatika, hingga hubungan antara bilangan dan rumus untuk menghitung luas dan volume.

4.4.1 Poligon dan Deret Bilangan

- **Poligon** adalah bangun datar yang memiliki sisi-sisi lurus yang saling terhubung. Misalnya, segitiga memiliki 3 sisi, persegi memiliki 4 sisi, dan seterusnya.
- **Jumlah sisi poligon**: Untuk poligon dengan n sisi, jumlah sisi tersebut adalah n.
- **Jumlah diagonal pada poligon**: Salah satu rumus yang sering digunakan dalam geometri adalah jumlah diagonal dari suatu poligon. Rumusnya adalah:

$$D = \frac{n(n-3)}{2}$$

dimana n adalah jumlah sisi poligon.

Contoh :

untuk segitiga $(n-3)$, jumlah diagonalnya adalah 0 (karena segitiga tidak memiliki diagonal).

Untuk persegi $(n-4)$, jumlah diagonalnya adalah 2, dan seterusnya.

4.4.2 Deret Aritmatika dalam geometri

Deret aritmatika adalah deret bilangan di mana selisih antar anggota deret tetap konstan. Misalnya, deret 2, 5, 8, 11 adalah deret aritmatika dengan selisih 3.

Dalam geometri, deret aritmatika digunakan untuk berbagai perhitungan, misalnya:

- **Luas Bangun Berlapis**: Dalam kasus bangun yang terdiri dari lapisan-lapisan yang bertambah atau berkurang, kita bisa menggunakan deret aritmatika. Misalnya, dalam menghitung luas trapesium yang bagian atas dan bawahnya memiliki panjang yang berbeda.
- **Panjang sisi pada pola geometri**: Dalam beberapa pola geometri, panjang sisi atau keliling bangun bisa dihubungkan dengan deret aritmatika. Contohnya, jika ada deret panjang sisi dari bangun yang memiliki bentuk bertingkat.

Rumus umum deret aritmatika untuk jumlah n suku pertama adalah:

$$S_n = \frac{n}{2} \times (a_1 + a_2)$$

Dimana a_1 adalah suku pertama

a_2 adalah suku terkahir

n adalah jumlah suku

4.4.3 Deret Geometri dalam Volume dan Luas

Deret geometri adalah deret bilangan di mana rasio antara anggota berturut-turut tetap. Sebagai contoh, deret 2, 6, 18, 54 adalah deret geometri dengan rasio 3.

Dalam geometri, deret geometri sering digunakan untuk menghitung volume atau luas pada bangun yang memiliki sifat perubahan berulang, seperti:

- **Volume Kerucut atau Tabung**: Dalam beberapa masalah volume, terutama yang melibatkan objek dengan pembesaran atau pengecilan bertahap, deret geometri digunakan untuk menghitung jumlah total volume. Misalnya, untuk menghitung volume tabung yang semakin besar atau semakin kecil pada setiap lapisan.
- **Panjang Keliling atau Luas Bertingkat**: Dalam menghitung keliling atau luas bangun yang memiliki lapisan bertingkat atau pembesaran skala, kita menggunakan deret geometri.

Rumus umum untuk jumlah suku pertama dari deret geometri adalah:

$$S_n = a_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}, \qquad (Untuk\ r \neq 1)$$

Dimana a_1 adalah suku pertama

r adalah rasio

n adalah jumlah suku

4.4.4 Bilangan Segitiga dalam Geometri

Bilangan segitiga adalah bilangan yang dapat membentuk pola segitiga. Setiap bilangan segitiga adalah jumlah dari bilangan-bilangan berturut-turut yang membentuk segitiga.

Bilangan segitiga ke-n dihitung dengan rumus:

$$T_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

dimana n adalah ururan bilangan segitiga.

Dalam geometri, bilangan segitiga sering digunakan untuk menghitung jumlah titik dalam pola segitiga, atau dalam beberapa masalah yang melibatkan pengaturan titik dalam suatu bangun segitiga. Misalnya, jika Anda diminta untuk menghitung jumlah titik pada tingkat ke-n dari segitiga yang dibentuk oleh titik-titik.

4.4.5 Pola Bilangan dalam Pembagian Area

Salah satu aplikasi penting dari bilangan dalam geometri adalah penggunaan pola bilangan untuk menghitung area. Beberapa bangun, seperti trapesium atau bentuk dengan sisi yang berbeda panjangnya, dapat dihitung dengan menggunakan rumus yang melibatkan penjumlahan deret bilangan.

Misalnya, ketika Anda membagi suatu bidang menjadi bagian-bagian yang lebih kecil (seperti membagi persegi panjang menjadi beberapa kotak kecil), jumlah area dari kotak-kotak tersebut bisa dihitung menggunakan deret bilangan.

4.4.6 Rumus Bangun Datar

Di bawah ini adalah rumus umum untuk menghitung berbagai sifat dari bangun datar yang sering dibahas dalam geometri:

- Luas Persegi : $L = s^2$, dimana s adalah panjang sisi
- Keliling Persegi : K = 4s
- Luas Segitiga : $L = \frac{1}{2} \times a \times t$
  (dimana a= panjang alas, t=tinggi)
- Luas Lingkaran : $L = \pi r^2$ (dimana r adalah jari-jari lingkaran)
- Keliling Lingkaran : $K = 2\pi r$
- Luas Trapesium: $L = \frac{1}{2} \times (a + b) \times t$
  dimana a dan b adalah panjang sisi sejajar dan t adalah tinggi

4.4.7 Rumus Bangun Ruang

Untuk bangun ruang, kita sering menggunakan rumus untuk menghitung volume dan luas permukaan:

- Volume Kubus : $V = s^3$ (di mana s adalah panjang sisi)
- Volume Balok : $V = p \times l \times t$ (dimana p, l, t adalah Panjang, lebar, dan tinggi)
- Volume silinder : $V = \pi r^2 h$
  (di mana r adalah jari-jari, h adalah tinggi)
- Volume Kerucut : $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
- Volume Bola : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ arau $V = 4\pi r^2$

DAFTAR PUSTAKA

Aini, N. (2017). Analisis kesalahan siswa sekolah dasar dalam menghitung berat benda menggunakan tangga konversi satuan berat. Universitas Muhammadiyah sidoarjo. https://eprints.umsida.ac.id/640/.

Asma, A. (2022). Pengaruh Teknik Penilaian Terhadap Hasil Belajar Matematika Pada Materi Bilangan Bulat Ditinjau Dari Sikap Siswa. Al-Madrasah: Jurnal Pendidikan Madrasah Ibtidaiyah, 6(3), 632-638.

Hanafi, M. A. (2018). Deskripsi kesulitan belajar geometri mahasiswa program studi pendidikan matematika fakultas keguruan dan ilmu pendidikan Universitas Cokroaminoto Palopo. Prosiding, 3(1), 273-283.

https://www.journal.uncp.ac.id/index.php/proceding/article/view/797 .

Hanan, M. P., & Alim, J. A. (2023). Analisis Kesulitan Belajar Matematika Siswa Kelas Vi Sekolah Dasar Pada Materi Geometri. Al-Irsyad Journal of Mathematics Education, 2(2), 59-66. Https://doi.org/10.58917/ijme.v2i2.6.

Nurfadhillah, s., Wahidah, A. R., Rahmah, G., Ramdhan, F., & Maharani, S. C. (2021). Penggunaan Media dalam pembelajaran Matematika dan Manfaatnya di Sekolah Dasar Swasta Plus Ar-Rahmaniyah. EDISI, 3(2), 289-298

Nurhayati, N., Asrin, A., & Dewi, N. K. (2022). Analisis Kemampuan Numerasi Siswa Kelas Tinggi dalam Penyelesaian Soal Pada Materi Geometri di SDN 1 Teniga. Jurnal Ilmiah Profesi Pendidikan, 7(2b), 723-731

Siregar, S. N., Solfitri, T., & Roza, Y. (2014). Pengenalan konsep operasi hitung bilangan melalui permainan congklak dalam pembelajaran matematika. AlKhwarizmi: Jurnal Pendidikan Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam, 2(1), 119- 128.

Susanti, Y. (2020). Pembelajaran matematika dengan menggunakan media berhitung di sekolah dasar dalam meningkatkan pemahaman siswa. Edisi, 2(3), 435-448.

Yunus, M., Astuti, I. F., & Khairina, D. M. (2015). Game edukasi matematika untuk sekolah dasar. Jurnal Informatika Mulawarman, 10(2), 59-64.

https://prosiding.ikippgribojonegoro.ac.id/index.php/SNGK/article/viewFile/2477/pdf

BAB 5
STATISTIKA DAN PELUANG

Oleh Sri Purwati

5.1 Pendahuluan

Statistika dan peluang merupakan dua cabang penting dalam matematika yang sangat relevan dalam dunia *modern*. Tujuan pembahasan subbab ini adalah memberikan pengantar mengenai konsep dasar statistika dan peluang serta menunjukkan pentingnya kedua topik tersebut dalam menganalisis data dan mendukung pengambilan keputusan yang rasional. Dalam berbagai bidang kehidupan, baik di sektor bisnis, kesehatan, pendidikan, maupun teknologi, statistika dan peluang menjadi alat yang tidak tergantikan untuk memahami pola data, mengukur ketidakpastian, dan membuat keputusan berdasarkan informasi yang dapat dipercaya.

Secara umum, statistika dapat didefinisikan sebagai ilmu yang berfokus pada pengumpulan, analisis, interpretasi, presentasi, dan organisasi data (Asari *et al.*, 2023). Statistika memberikan kerangka kerja untuk memahami informasi yang terkandung dalam data, sehingga memungkinkan kita untuk menyimpulkan pola, tren, atau hubungan yang signifikan (Ningsih *et al.*, 2024). Proses statistika dimulai dari pengumpulan data melalui metode survei, eksperimen,

atau pengamatan. Data yang terkumpul kemudian dianalisis menggunakan berbagai alat matematis untuk menghasilkan informasi yang bermakna. Selanjutnya, hasil analisis diinterpretasikan dan dipresentasikan dalam bentuk yang mudah dipahami, seperti grafik, tabel, atau diagram, sehingga memudahkan pengambilan Keputusan (Yapanto *et al.*, 2023).

Sementara itu, peluang adalah cabang matematika yang mempelajari ketidakpastian dan kemungkinan terjadinya suatu peristiwa (Efgivia, 2024). Peluang memberikan alat untuk mengukur tingkat kepercayaan terhadap hasil tertentu, yang biasanya dinyatakan dalam bentuk nilai antara 0 (tidak mungkin terjadi) hingga 1 (pasti terjadi) (Musnaini *et al.*, 2023). Peluang tidak hanya terbatas pada permainan probabilistik tetapi juga digunakan secara luas dalam berbagai bidang, seperti prediksi cuaca, analisis risiko investasi, dan evaluasi efektivitas pengobatan medis.

Statistika dan peluang memiliki hubungan yang erat dan saling melengkapi. Dalam analisis data, peluang sering digunakan untuk memahami distribusi data dan memperkirakan kemungkinan terjadinya hasil tertentu. Sebaliknya, statistika menyediakan data empiris yang diperlukan untuk menghitung peluang. Hubungan ini menjadi dasar dalam statistika inferensial, yaitu cabang statistika yang berfokus pada pengambilan kesimpulan atau keputusan berdasarkan data sampel. Selain itu, kombinasi antara statistika dan peluang memungkinkan simulasi dan prediksi untuk berbagai skenario, seperti memperkirakan pola belanja konsumen dalam bisnis ritel atau kegagalan sistem dalam rekayasa teknik.

Keterkaitan antara statistika dan peluang juga terlihat jelas dalam kehidupan sehari-hari. Statistika membantu kita memahami pola dan tren berdasarkan data historis, sedangkan peluang memungkinkan kita memprediksi apa yang mungkin terjadi di masa depan. Dengan memahami keterkaitan ini, kita dapat membuat keputusan yang lebih bijaksana, mengurangi risiko, dan memaksimalkan peluang keberhasilan dalam berbagai aspek kehidupan.

Secara keseluruhan, statistika dan peluang bukan hanya cabang matematika yang abstrak, tetapi juga alat praktis yang membantu kita memahami dunia yang penuh data dan ketidakpastian. Dengan mempelajari statistika dan peluang, kita dapat mengasah kemampuan untuk menganalisis data, mengukur kemungkinan, dan membuat keputusan berdasarkan informasi yang kredibel. Dalam bab ini, pembaca akan diajak untuk mengeksplorasi lebih dalam tentang kedua topik ini, termasuk konsep dasar, metode, dan penerapannya dalam berbagai situasi nyata.

5.2 Statistika Deskriptif

Statistika deskriptif adalah cabang dari statistika yang berfokus pada metode untuk menggambarkan, meringkas, dan mengorganisasi data agar dapat dipahami dengan lebih mudah (Sholikhah, 2016). Metode ini digunakan untuk memberikan gambaran umum tentang suatu kumpulan data tanpa membuat kesimpulan atau prediksi tentang populasi yang lebih besar. Statistika deskriptif sangat penting dalam proses analisis data karena memungkinkan kita untuk

memahami pola dan karakteristik dasar dari data tersebut sebelum melangkah ke analisis lebih kompleks.

5.2.1 Jenis Data

Dalam statistika deskriptif, data dapat diklasifikasikan menjadi dua jenis utama berdasarkan sifatnya (Yapanto *et al.*, 2023), yaitu:

1. Data Kualitatif
   Data kualitatif, atau sering disebut sebagai data kategori, adalah data yang tidak berbentuk angka, melainkan menggambarkan karakteristik atau kategori tertentu. Data ini biasanya digunakan untuk menunjukkan atribut atau klasifikasi. Kegunaan utama data kualitatif adalah untuk memahami distribusi atau pola dalam bentuk kelompok tertentu, sehingga sering disajikan menggunakan diagram batang atau diagram lingkaran.
   Contoh: Jenis kelamin (laki-laki/perempuan), warna favorit (merah, biru, hijau), atau kategori pekerjaan (dokter, guru, insinyur).
2. Data Kuantitatif
   Data kuantitatif, atau sering disebut sebagai data numerik, adalah data yang berbentuk angka dan dapat diukur atau dihitung secara matematis. Data kuantitatif terbagi menjadi dua jenis, yaitu data diskrit dan data kontinu. Data diskrit adalah data yang memiliki nilai terbatas dan biasanya berupa bilangan bulat, seperti jumlah anggota keluarga (3, 4, 5). Di sisi lain, data kontinu adalah data yang dapat memiliki nilai dalam rentang tertentu, seperti tinggi badan (165,5 cm) atau pendapatan (Rp5.000.000). Data kuantitatif memberikan informasi yang lebih rinci dibandingkan data kualitatif dan biasanya

disajikan menggunakan *histogram*, boxplot, atau tabel frekuensi.

Contoh: Usia seseorang, berat badan, dan jumlah buku di perpustakaan.

5.2.2 Ukuran Pemusatan Data

Ukuran pemusatan data digunakan untuk mengetahui nilai yang mewakili atau menggambarkan pusat distribusi data. Tiga ukuran pemusatan data (Nuryadi *et al.*, 2017), yaitu:

1. Rata-rata (*Mean*)

   Rata-rata (*mean*) adalah ukuran pemusatan data yang diperoleh dengan menjumlahkan seluruh nilai dalam sekumpulan data, kemudian membaginya dengan jumlah data tersebut. Secara matematis, rumus rata-rata dinyatakan sebagai:

$$Mean = \frac{\sum xi}{n}$$

   Keterangan:

   $\sum xi$: jumlah seluruh nilai dalam sekumpulan data

   n : jumlah total data

   Rata-rata (*mean*) banyak digunakan karena perhitungannya sederhana dan mampu memberikan gambaran umum mengenai pusat distribusi data. Namun, kelemahan utama rata-rata (*mean)* adalah sensitivitasnya terhadap nilai ekstrem (*outlier*). Keberadaan data yang sangat tinggi atau sangat rendah dapat memengaruhi rata-rata (*mean*), sehingga hasilnya kurang mewakili mayoritas data dalam kumpulan tersebut. Meskipun

demikian, rata-rata tetap menjadi salah satu alat statistik paling umum dan efektif untuk menganalisis data.

Contoh:

Sebuah kelas memiliki 5 mahasiswa yang mendapatkan nilai ujian sebagai berikut: 75, 80, 85, 90, dan 95. Tentukan nilai rata-rata (*Mean*) dari data tersebut!

Penyelesaian:

$$Mean = \frac{\sum xi}{n} = \frac{75 + 80 + 85 + 90 + 95}{5} = \frac{425}{5} = 85$$

Jadi, nilai rata-rata (*Mean*) nilai ujian dalam contoh ini adalah 85.

2. *Median*

Median adalah nilai tengah dari sekumpulan data yang telah diurutkan dari yang terkecil ke terbesar. Median membagi data menjadi dua bagian yang sama besar, di mana separuh nilai berada di bawah Median dan separuh lainnya berada di atasnya. Cara menentukan *Median* bergantung pada jumlah data, apakah ganjil atau genap. Jika jumlah data ganjil, *Median* adalah data yang berada tepat di posisi tengah. Namun, jika jumlah data genap, *Median* dihitung sebagai rata-rata dari dua data tengah. *Median* memiliki keunggulan utama, yaitu tidak terpengaruh oleh nilai ekstrem (*outlier*), sehingga lebih cocok untuk menggambarkan data yang distribusinya tidak simetris.

Contoh Kasus 1-Jumlah Data Ganjil:

Hasil pengukuran tinggi badan lima lima siswa (dalam cm) yaitu 160, 155, 170, 165, 150. Tentukan nilai *Median* data tersebut!

Penyelesaian:

a. Urutkan data dari yang terkecil ke terbesar
   150, 155, 160, 165, 170.
b. Tentukan posisi tengah
   Karena jumlah data adalah 5 (ganjil), posisi tengah adalah data ke-3.
c. *Median*
   Data ke-3 adalah 160. Jadi nilai *Median* dari 5 data tinggi mahasiswa tersebut yaitu 160 cm.

Contoh Kasus 2-Jumlah Data Genap:

Nilai ujian enam mahasiswa, yaitu 78, 85, 92, 88, 90, 80. Tentukan nilai *Median* data tersebut!

Penyelesaian:

a. Urutkan data dari yang terkecil ke terbesar
   78, 80, 85, 88, 90, 92.
b. Tentukan dua data Tengah
   Karena jumlah data adalah 6 (genap), dua data tengah adalah data ke-3 dan ke-4, yaitu 85 dan 88.
c. Hitung rata-rata dua data Tengah
   $Median = \frac{85+88}{2} = \frac{173}{2} = 86{,}5.$
   Jadi, *Median* nilai ujian enam mahasiswa tersebut adalah 86,5.

3. *Modus*

Modus adalah nilai yang paling sering muncul dalam suatu kumpulan data, baik data kualitatif maupun kuantitatif. *Modus* sangat berguna untuk memberikan informasi tentang frekuensi tertentu dalam data. Pada data kualitatif, *modus* menunjukkan kategori atau kelompok yang paling dominan, misalnya warna favorit atau jenis pekerjaan yang paling banyak dipilih. Sementara itu, dalam data kuantitatif, *modus* membantu mengidentifikasi angka yang paling sering terjadi, misalnya berat badan atau nilai ujian yang paling umum. Tidak seperti rata-rata dan *median*, *modus* dapat memiliki lebih dari satu nilai (*bimodal* atau *multimodal*) jika beberapa nilai memiliki frekuensi yang sama, atau bahkan tidak memiliki *modus* jika tidak ada nilai yang berulang.

Contoh:

Terdapat data nilai ujian 10 mahasiswa, yaitu 70, 85, 90, 85, 75, 85, 90, 80, 85, 75. Tentukan nilai *modus* data tersebut!

Penyelesaian:

a. Hitung frekuensi setiap nilai

Tabel 5. 1. Frekuensi Nilai

Nilai	Frekuensi (kali)
70	1
75	2
80	1
85	4
90	2

b. Nilai yang paling sering muncul adalah 85 (muncul sebanyak 4 kali). Jadi nilai *modus* dari 10 mahasiswa tersebut adalah 85.

5.2.3 Ukuran Penyebaran Data

Ukuran Penyebaran Data adalah aspek penting dalam statistik yang digunakan untuk menggambarkan seberapa besar variasi atau persebaran data dalam suatu kumpulan data. Tiga ukuran utama yang sering digunakan adalah *range,* variansi, dan standar deviasi (Yapanto *et al.*, 2023). Berikut penjelasan masing-masing, beserta contoh dan penyelesaiannya:

1. *Range*

   Range adalah salah satu ukuran penyebaran data yang paling sederhana dan mudah dihitung. *Range* didefinisikan sebagai selisih antara nilai terbesar (maksimum) dan nilai terkecil (minimum) dalam suatu kumpulan data. Ukuran ini berfungsi untuk memberikan gambaran umum tentang seberapa jauh rentang nilai dalam data tersebut. Meskipun sederhana, *range* memiliki keterbatasan karena tidak memberikan informasi mendetail mengenai distribusi atau variabilitas data di antara nilai-nilainya. Hal ini membuat *range* kurang efektif untuk analisis yang memerlukan pemahaman mendalam tentang pola atau variasi data secara keseluruhan.

   Rumus *Range*:

$$\textit{Range} = \text{Nilai Maksimum} - \text{Nilai Minimum}$$

Contoh:
Terdapat lima data sebagai berikut: 12, 18, 25, 30, 45. Tentungan *range* dari data tersebut!
Penyelesaian:
a. Tentukan nilai maksimum, yaitu 45.
b. Tentukan nilai minimum, yaitu 12.
c. Hitung *range* menggunakan rumus

$$Range = 45 - 12 = 33$$

Jadi *range* dari data tersebut adalah 33.

2. Variansi

Variansi adalah ukuran statistik yang digunakan untuk mengukur rata-rata kuadrat selisih antara setiap nilai data dengan rata-rata keseluruhan. Variansi mencerminkan sejauh mana data tersebar atau bervariasi di sekitar rata-rata, sehingga memberikan gambaran yang lebih mendetail tentang distribusi data dibandingkan dengan ukuran seperti *range*. Variansi memperhitungkan setiap nilai dalam data, sehingga lebih akurat dalam mencerminkan penyebaran data secara keseluruhan. Semakin besar nilai variansi, semakin besar pula penyebaran data, sedangkan nilai variansi yang kecil menunjukkan bahwa data lebih terkonsentrasi di sekitar rata-rata. Fungsi utama variansi adalah untuk memberikan informasi detail tentang variasi data, yang sangat penting dalam analisis statistik, terutama untuk memahami stabilitas data, mendeteksi *outlier*, atau membandingkan distribusi antar kelompok data.

$$Variansi\ (\sigma^2) = \frac{\sum(xi - \bar{x})^2}{n}$$

Keterangan
xi : nilai individu
$\bar{x}$: rata-rata data
n : jumlah data

Contoh:
Terdapat tiga data yaitu 5, 7, 9. Tentukan variansi data tersebut!
Penyelesaian:
a. Hitung rata-rata

$$\bar{x} = \frac{x1+x2+x3}{n} = \frac{5+7+9}{3} = \frac{21}{3} = 7$$

b. Hitung variansi

$$Variansi\ (\sigma^2) = \frac{\sum(xi - \bar{x})^2}{n}$$
$$= \frac{(5-7)^2 + (7-7)^2 + (9-7)^2}{3}$$
$$= \frac{(-2)^2 + (0)^2 + (2)^2}{3}$$
$$= \frac{4+0+4}{3}$$
$$= 2{,}67$$

Jadi variansi data tersebut adalah 2,67

3. Standar Deviasi

Standar deviasi adalah ukuran statistik yang menunjukkan seberapa jauh data tersebar dari rata-rata, dengan menggunakan satuan yang sama seperti data aslinya. Standar deviasi dihitung sebagai akar kuadrat dari variansi, sehingga memberikan interpretasi yang lebih intuitif dibandingkan variansi, karena nilainya tidak berbentuk kuadrat. Dengan kata lain, standar deviasi mengukur rata-rata jarak antara setiap nilai data dan rata-rata keseluruhan, sehingga memberikan gambaran

yang jelas tentang konsistensi atau keragaman data. Fungsi utama standar deviasi adalah untuk memahami variabilitas data secara praktis, sehingga menjadikannya alat penting dalam analisis statistik. Dalam aplikasi sehari-hari, standar deviasi sering digunakan untuk menilai risiko (misalnya dalam analisis investasi), mengevaluasi keandalan pengukuran, atau membandingkan stabilitas antara kelompok data. Semakin kecil standar deviasi, semakin sedikit variasi dalam data, sementara standar deviasi yang besar menunjukkan bahwa data lebih tersebar.

$$Standar\ Deviasi\ (\sigma) = \sqrt{Variansi}$$

Contoh:

Terdapat tiga data yaitu 5, 7, 9. Tentukan standar deviasi data tersebut!

Penyelesaian:

a. Gunakan variansi contoh sebelumnya

Variansi = 2,67

b. Hitung standar deviasi

$Standar\ Deviasi\ (\sigma) = \sqrt{Variansi} = \sqrt{2{,}67} = 1{,}63$

Jadi standar deviasi data tersebut adalah 1,63.

5.2.4 Penyajian Data

Penyajian data adalah proses menyusun dan menggambarkan data secara visual untuk mempermudah pemahaman, analisis, dan komunikasi informasi (Ghivary *et al.*, 2023). Data yang disajikan dengan baik memungkinkan pembaca memahami pola, tren, dan hubungan antar variabel secara efisien. Beberapa metode penyajian data yang umum digunakan mencakup diagram batang, *histogram*, dan

diagram lingkaran (*pie chart*) yang masing-masing memiliki fungsi spesifik sesuai dengan jenis dan tujuan analisis data.

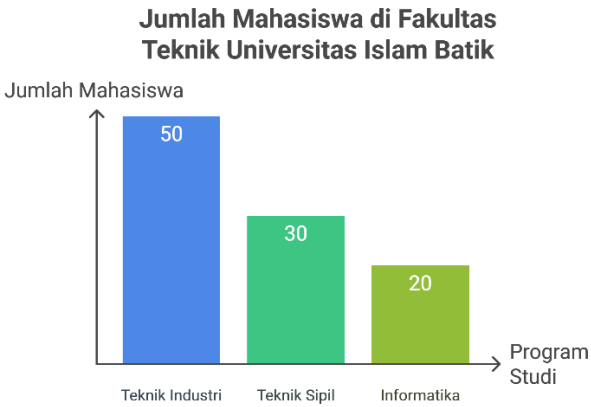
1. Diagram Batang (*Bar Chart*)

   Diagram batang adalah salah satu bentuk visualisasi data yang digunakan untuk menampilkan data kategori dalam bentuk batang vertikal atau horizontal. Panjang setiap batang mewakili frekuensi atau jumlah data dalam setiap kategori yang ditampilkan. Diagram ini sangat cocok untuk membandingkan jumlah atau frekuensi antar kategori.

   Contoh:

   Jumlah mahasiswa berdasarkan program studi di Fakultas Teknik Universitas Islam Batik adalah Teknik Industri 50 mahasiswa, Teknik Sipil 30 mahasiswa, dan Informatika 20 mahasiswa. Buatlah diagram batang (*bar chart*) dari data tersebut!

   Penyelesaian:



Gambar 5.1 Contoh Diagram Batang (*Bar Chart*)

2. *Histogram*

Histogram adalah grafik yang digunakan untuk menyajikan distribusi data numerik dengan cara membagi data ke dalam beberapa interval atau "*bin*". Setiap *bin* direpresentasikan oleh batang, dan tinggi batang menunjukkan jumlah data yang berada dalam interval tersebut. *Histogram* sangat berguna untuk memahami bagaimana data numerik tersebar, seperti untuk melihat apakah data berdistribusi normal, memiliki kemiringan, atau menunjukkan pola tertentu. Keunggulan utama *histogram* adalah kemampuannya untuk memberikan gambaran menyeluruh tentang distribusi data, mendeteksi pola, serta membantu dalam analisis lebih lanjut seperti identifikasi *outlier* atau tren distribusi.

Contoh:

Berikut adalah data hasil ulangan matematika dari 20 mahasiswa:

62, 65, 68, 70, 72, 73, 74, 75, 76, 76, 77, 78, 80, 82, 84, 85, 87, 88, 89, 90.
Buatlah *histogram* berdasarkan data ini dengan interval (bin) 60-65, 66-70, 71-75, 76-80, 81-85, 86-90.
Penyelesaian:

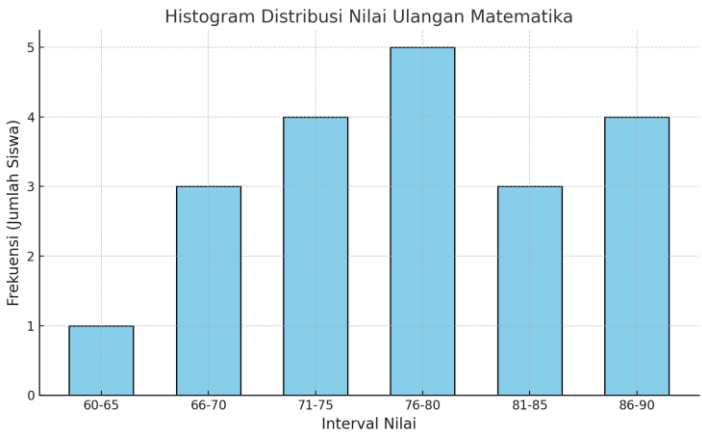
a. Susun tabel distribusi frekuensi berdasarkan masing-masing interval (*bin*)

Tabel 5. 2. Distribusi Frekuensi

Interval (*Bin*)	Frekuensi (Jumlah Siswa)
60-65	1
66-70	3

Interval (*Bin*)	Frekuensi (Jumlah Siswa)
71-75	4
76-80	5
81-85	3
86-90	4

b. Buat *histogram* berdasarkan tabel frekuensi di atas



Gambar 5. 1. Contoh *Histogram*

3. Diagram Lingkaran (*Pie Chart*)

Diagram lingkaran adalah representasi data dalam bentuk lingkaran yang dibagi menjadi beberapa irisan, di mana setiap irisan menunjukkan proporsi suatu kategori terhadap keseluruhan. Diagram ini sangat efektif untuk menggambarkan data dalam bentuk persentase, serta memberikan visualisasi yang jelas mengenai kontribusi masing-masing kategori terhadap total. Kelebihan dari diagram lingkaran adalah kemampuannya untuk menyajikan data proporsi secara visual dan menarik,

sehingga mudah dipahami oleh berbagai kalangan. Namun, diagram ini kurang efektif untuk membandingkan kategori secara detail, terutama jika proporsinya sangat kecil atau mirip satu sama lain.

Contoh:

Sebuah survei dilakukan untuk mengetahui hobi dari 60 mahasiswa di progam studi Teknik Industri. Hasil survei adalah sebagai berikut: membaca (15 mahasiswa), bermain musik (20 mahasiswa), berolahraga (10 mahasiswa), dan menonton film (15 mahasiswa). Buatlah diagram lingkaran berdasarkan data tersebut!

Penyelesaian:

a. Hitung Total Jumlah Siswa

Total mahasiswa = 15 (Membaca) + 20 (Bermain musik) + 10 (Berolahraga) + 15 (Menonton film)

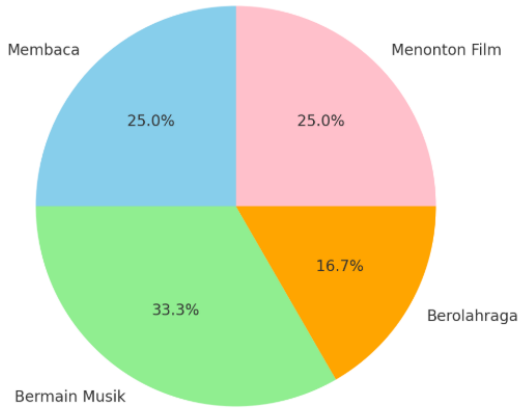
= 60 mahasiswa

b. Hitung Persentase Tiap Kategori

$$Persentase = \frac{Jumlah\ Kategori}{Total\ Data}\ x\ 100\%$$

- Membaca: $\frac{15}{60}\ x\ 100\% = 25\%$
- Bermain Musik: $\frac{20}{60}\ x\ 100\% = 33{,}3\%$
- Berolahraga: $\frac{10}{60}\ x\ 100\% = 16{,}7\%$
- Menonton Film: $\frac{15}{60}\ x\ 100\% = 25\%$

c. Buat diagram lingkaran (*pie chart*) berdasarkan persentase di atas



Gambar 5. 2. Contoh Diagram Lingkaran (*Pie Chart*)

5.3 Statistika Inferensial

Statistika inferensial adalah cabang ilmu statistika yang bertujuan untuk membuat kesimpulan atau prediksi tentang populasi berdasarkan data yang diperoleh dari sampel (Samosir, Rajagukguk and Ratnawati, 2021). Dengan kata lain, statistika inferensial digunakan untuk menggeneralisasi informasi dari bagian kecil (sampel) untuk menggambarkan keseluruhan populasi. Proses ini melibatkan berbagai teknik analisis untuk menilai parameter populasi, menguji hipotesis, dan membuat estimasi.

Statistika inferensial tidak hanya fokus pada deskripsi data, tetapi juga pada pengambilan keputusan atau penarikan kesimpulan dengan mempertimbangkan kemungkinan adanya ketidakpastian. Teknik ini digunakan

dalam berbagai bidang, seperti penelitian ilmiah, bisnis, kesehatan, dan teknik, untuk membuat keputusan berdasarkan data yang terbatas.

5.3.1 Populasi dan Sampel

Populasi dan sampel adalah dua konsep dasar dalam statistika yang sangat penting dalam penelitian dan analisis data. Memahami perbedaan dan keterkaitan antara keduanya akan sangat membantu dalam melakukan analisis yang valid dan tepat. Berikut adalah penjelasan detail mengenai kedua konsep ini.

1. Definisi Populasi

   Populasi dalam statistika merujuk pada seluruh kelompok objek, individu, atau elemen yang memiliki karakteristik yang sama dan relevan dengan masalah penelitian yang sedang dibahas (Amin, Garancang and Abunawas, 2023). Populasi mencakup semua unit yang akan dijadikan objek pengamatan atau analisis dalam suatu penelitian.

   Contoh populasi:

   a. Dalam penelitian tentang rata-rata tinggi badan mahasiswa di sebuah universitas, populasi adalah semua mahasiswa di universitas tersebut.
   b. Dalam studi tentang jumlah kendaraan yang melewati sebuah jalan raya dalam sehari, populasi adalah semua kendaraan yang melewati jalan tersebut dalam waktu tertentu (misalnya, dalam satu bulan).
   c. Dalam analisis kepuasan pelanggan terhadap suatu produk, populasi adalah seluruh pelanggan yang membeli produk tersebut.

2. Definisi Sampel

   Sampel adalah sebagian kecil dari populasi yang dipilih secara acak dan mewakili karakteristik dari populasi tersebut (Asrulla *et al.*, 2023). Sampel digunakan dalam penelitian untuk mempermudah proses analisis data karena mengumpulkan data dari seluruh populasi bisa sangat sulit, mahal, atau memakan waktu.

   Contoh sampel:

   a. Dalam studi yang ingin mengetahui rata-rata tinggi badan mahasiswa di sebuah universitas, sampel bisa berupa 200 mahasiswa yang dipilih secara acak dari berbagai jurusan di universitas tersebut.
   b. Dalam survei tentang kepuasan pelanggan terhadap produk, sampel bisa berupa 50 pelanggan yang dipilih secara acak dari daftar pelanggan yang telah membeli produk tersebut.

3. Pemilihan Sampel Representatif

   Untuk memastikan bahwa sampel yang dipilih mewakili populasi secara akurat, teknik pemilihan sampel yang baik sangat penting. Berikut adalah beberapa metode pengambilan sampel (Firmansyah and Dede, 2022):

   a. Pengambilan Sampel Acak (*Random Sampling*)

      Setiap elemen dalam populasi memiliki kesempatan yang sama untuk dipilih. Jenis pengambilan sampel acak meliputi:

- Sampel acak sederhana, yaitu setiap individu dalam populasi memiliki peluang yang sama untuk dipilih.
- Sampel acak sistematik, yaitu sampel diambil dengan cara memilih setiap elemen ke-n (misalnya, setiap orang ke-10 dalam daftar).
- Sampel acak stratifikasi, yaitu populasi dibagi menjadi kelompok (strata), dan sampel diambil dari setiap strata secara acak).

b. Pengambilan Sampel Non-Acak (*Non-Random Sampling*)

Teknik ini lebih subjektif dan tidak memberi peluang yang sama bagi setiap elemen untuk dipilih. Jenisnya meliputi:

- Sampel *purposive*, yaitu ampel dipilih berdasarkan kriteria tertentu yang relevan dengan penelitian.
- Sampel kuota, yaitu sampel diambil berdasarkan kuota yang ditentukan sebelumnya untuk kelompok tertentu dalam populasi.

c. Pengambilan Sampel Bertahap (*Cluster Sampling*)

Populasi dibagi menjadi kelompok (kluster), kemudian sejumlah kluster dipilih acak, dan individu dalam kluster yang terpilih menjadi sampel.

5.3.2 Estimasi Parameter

Estimasi parameter adalah proses menentukan nilai taksiran untuk suatu parameter populasi berdasarkan data yang diperoleh dari sampel (Salaam, 2023). Dalam statistik, estimasi parameter digunakan untuk membuat kesimpulan

tentang karakteristik populasi tanpa harus mengamati seluruh elemen populasi. Proses ini menjadi inti dari statistika inferensial karena sering kali hanya tersedia data sampel yang terbatas untuk mewakili populasi yang lebih besar.

Terdapat dua jenis utama estimasi parameter (Nuryadi *et al.*, 2017), yaitu:

1. Estimasi Titik (*Point Estimation*)

   Estimasi titik adalah metode statistik yang digunakan untuk memperkirakan nilai suatu parameter populasi dengan menggunakan satu nilai tunggal yang dihitung dari data sampel. Metode ini sederhana dan memberikan hasil yang langsung berupa taksiran terbaik terhadap parameter populasi berdasarkan data yang tersedia. Dua contoh parameter populasi yang umum diestimasi menggunakan metode ini adalah rata-rata populasi (μ) dan proporsi populasi (p). Dalam estimasi titik, rata-rata sampel ($\bar{x}$) digunakan sebagai taksiran untuk rata-rata populasi, sedangkan proporsi sampel ($\hat{p}$) digunakan untuk memperkirakan proporsi populasi.

   Metode estimasi titik memiliki kelebihan karena sederhana dan mudah dihitung. Namun, salah satu kelemahan utamanya adalah tidak memberikan informasi tentang tingkat keakuratan atau ketidakpastian dari estimasi yang dihasilkan. Oleh karena itu, estimasi titik sering dilengkapi dengan metode estimasi interval untuk memberikan gambaran lebih menyeluruh.

   Contoh:
   Kasus 1: Estimasi Titik untuk Rata-rata Populasi (μ)

Sebuah survei dilakukan terhadap 50 mahasiswa program studi Teknik Industri Universitas Islam Batik untuk mengetahui rata-rata waktu belajar per hari. Dari hasil survei, diperoleh rata-rata waktu belajar mahasiswa dalam sampel adalah $\bar{x}$ = 3 jam, dengan standar deviasi sampel s = 0,5 jam. Tentukan estimasi titik untuk rata-rata waktu belajar populasi!

Penyelesaian:

a. Identifikasi Parameter yang Ingin Diestimasi
   Parameter populasi yang ingin diestimasi adalah rata-rata waktu belajar populasi (μ).
b. Gunakan Statistik Sampel
   Rata-rata sampel ($\bar{x}$) digunakan sebagai estimasi titik untuk rata-rata populasi (μ). Dalam kasus ini, rata-rata sampel $\bar{x}$ = 3 jam.
c. Hasil Estimasi Titik
   Karena estimasi titik menggunakan nilai rata-rata sampel secara langsung, maka estimasi titik untuk rata-rata waktu belajar populasi adalah:

   $$\mu \approx \bar{x} = 3 \text{ jam}$$

   Jadi, berdasarkan data sampel di atas maka estimasi titik untuk rata-rata waktu belajar populasi adalah 3 jam per hari.

Contoh:

Kasus 2: Estimasi Titik untuk Proporsi Populasi (p)

Dalam survei yang sama, 50 mahasiswa program studi Teknik Industri Universitas Islam Batik ditanya apakah mereka menyukai mata kuliah Statistika. Dari hasil survei, diketahui bahwa 30 mahasiswa menyatakan menyukai Statistika. Tentukan estimasi titik untuk

proporsi mahasiswa di populasi yang menyukai Statistika!

Penyelesaian:

a. Identifikasi Parameter yang Ingin Diestimasi
   Parameter populasi yang ingin diestimasi adalah proporsi siswa di populasi yang menyukai matematika (ppp).
b. Gunakan Statistik Sampel
   Proporsi sampel ($\hat{p}$) digunakan sebagai estimasi titik untuk proporsi populasi (p). Rumus proporsi sampel adalah:

$$\hat{p} = \frac{Jumlah\ Kejadian\ yang\ Diinginkan}{Jumlah\ Total\ Sampel}$$

c. Substitusi Nilai

$$\hat{p} = \frac{30}{50} = 0{,}6$$

   Jadi, estimasi titik untuk proporsi mahasiswa di populasi yang menyukai Statistika adalah $\hat{p}$ =0,6 atau 60%.

2. Estimasi Interval (*Interval Estimation*)

   Estimasi interval adalah metode statistik yang digunakan untuk memperkirakan nilai suatu parameter populasi dengan memberikan rentang nilai (*interval*) tertentu yang diyakini mencakup nilai parameter tersebut dengan tingkat kepercayaan tertentu. Tidak seperti estimasi titik yang hanya memberikan satu nilai taksiran, estimasi interval memberikan informasi tambahan tentang tingkat ketidakpastian taksiran tersebut. Interval

yang dihasilkan disebut sebagai interval kepercayaan (*confidence interval*), dan tingkat kepercayaan (*confidence level*) menunjukkan seberapa yakin interval tersebut mencakup parameter populasi yang sebenarnya.

Rumus umum untuk interval kepercayaan suatu parameter adalah:

$$Estimasi\ Parameter \pm (Nilai\ Kritis\ x\ Kesalahan\ Standar)$$

Keterangan:

Estimasi Parameter: Nilai statistik sampel, seperti rata-rata sampel ($\bar{x}$) atau proporsi sampel ($\hat{p}$).

Nilai Kritis: Nilai dari distribusi statistik yang sesuai (seperti Z-*score* untuk distribusi normal atau t-*score* untuk distribusi t).

Kesalahan Standar (SE): Ukuran penyebaran statistik sampel, dihitung berdasarkan data sampel.

Contoh:

sebuah sampel terdiri dari 100 mahasiswa dengan rata-rata nilai ujian $\bar{x}$ = 75 dan standar deviasi sampel s = 10. Hitung interval dengan kepercayaan 95% untuk rata-rata nilai populasi.

Penyelesaian:

a. Tingkat kepercayaan 95% berarti nilai kritis Z adalah 1,96 (dari tabel distribusi normal).
b. Kesalahan standar dihitung dengan rumus:

$$SE = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{10}{\sqrt{100}} = 1$$

c. Interval kepercayaan dihitung dengan rumus:

$$CI = \bar{x} \pm (Z \text{ x } SE)$$
$$CI = 75 \pm (1{,}96 \times 1)$$
$$CI = 75 \pm 1{,}96$$
$$CI = [73{,}04; 76{,}96]$$

Jadi, dengan tingkat kepercayaan 95%, rata-rata nilai ujian populasi berada antara 73,04 dan 76,96.

5.3.3 Uji Hipotesis

Uji hipotesis adalah prosedur statistik yang digunakan untuk menguji kebenaran suatu klaim atau dugaan mengenai suatu parameter populasi berdasarkan data yang diperoleh dari sampel (Ningsih *et al.*, 2024). Proses ini melibatkan pengujian terhadap dua hipotesis yang bersaing, yaitu hipotesis nol (H_0) dan hipotesis alternatif (H_1), yang akan diuji menggunakan teknik statistik tertentu. Tujuan utama dari uji hipotesis adalah untuk membuat keputusan berdasarkan data yang ada, apakah hipotesis yang diajukan dapat diterima atau ditolak.

1. Definisi dan Tujuan Uji Hipotesis

   Uji hipotesis digunakan untuk menguji apakah ada bukti yang cukup dalam data sampel untuk mendukung atau menolak suatu klaim atau dugaan tentang parameter populasi. Biasanya, uji hipotesis dilakukan untuk:

   a. Menilai apakah ada perbedaan antara dua kelompok atau lebih.
   b. Memverifikasi klaim atau teori yang berkaitan dengan suatu populasi.

c. Membuat keputusan berdasarkan data yang tersedia, apakah suatu efek atau perbedaan dapat dianggap signifikan secara statistik.

2. Langkah-langkah dalam Uji Hipotesis
Proses uji hipotesis dilakukan dengan langkah-langkah berikut:

a. Menyusun Hipotesis

Pada tahap pertama, dua hipotesis yang bersaing perlu disusun, yaitu:

Hipotesis Nol (H_0): Hipotesis ini biasanya menyatakan bahwa tidak ada perbedaan atau efek yang signifikan dalam populasi yang diuji. Hipotesis nol sering kali dianggap sebagai pernyataan yang harus dibuktikan salah.

Hipotesis Alternatif (H_1): Hipotesis ini adalah kebalikan dari hipotesis nol dan menyatakan bahwa ada perbedaan atau efek yang signifikan dalam populasi yang diuji. Hipotesis alternatif adalah hipotesis yang ingin diuji atau dibuktikan.

Contoh:

H_0: Tidak ada perbedaan rata-rata pendapatan antara pria dan wanita.

H_1: Ada perbedaan rata-rata pendapatan antara pria dan wanita.

b. Menentukan Level Signifikansi (α)

Level signifikansi, yang sering dilambangkan dengan α, adalah probabilitas maksimum yang diterima untuk melakukan kesalahan (menolak hipotesis nol yang benar). Nilai α sering digunakan

sebesar 0,05, yang berarti ada 5% kemungkinan melakukan kesalahan. Pilihan umum untuk α adalah 0,05; 0,01; atau 0,10.

c. Memilih Uji Statistik

Bergantung pada jenis data dan hipotesis yang diuji, uji statistik yang digunakan dapat bervariasi. Beberapa uji yang umum digunakan antara lain:

- Uji t, digunakan untuk membandingkan rata-rata dua kelompok sampel ketika varians populasi tidak diketahui.
- Uji z, digunakan untuk membandingkan rata-rata sampel dengan rata-rata populasi ketika varians populasi diketahui.
- Uji chi-square, digunakan untuk menguji hubungan antara dua variabel kategorikal.
- Uji ANOVA, digunakan untuk menguji perbedaan rata-rata antara lebih dari dua kelompok.

d. Menentukan Daerah Penolakan dan Daerah Penerimaan

Daerah penolakan adalah area di mana hasil uji statistik akan menyebabkan penolakan terhadap hipotesis nol. Daerah penerimaan adalah area di mana hipotesis nol tidak dapat ditolak. Biasanya, daerah penolakan ditentukan oleh level signifikansi (α). Misalnya, jika α = 0,05, maka 5% dari distribusi nilai uji akan jatuh di daerah penolakan.

e. Menghitung Nilai Statistik Uji dan Membandingkan dengan Nilai Kritis

Setelah menentukan uji statistik yang tepat, langkah berikutnya adalah menghitung nilai statistik uji berdasarkan data sampel yang ada. Nilai statistik ini kemudian dibandingkan dengan nilai kritis yang sesuai dengan level signifikansi (α). Jika nilai statistik uji berada di luar nilai kritis, maka hipotesis nol ditolak.

f. Membuat Keputusan dan Menarik Kesimpulan

Berdasarkan hasil perbandingan nilai statistik uji dengan nilai kritis, keputusan dibuat sebagai berikut:

- Menolak H_0: Jika nilai statistik uji jatuh di daerah penolakan (misalnya, nilai uji lebih besar dari nilai kritis), maka menolak hipotesis nol dan menerima hipotesis alternatif.
- Gagal Menolak H_0: Jika nilai statistik uji tidak jatuh di daerah penolakan, maka gagal menolak hipotesis nol dan tidak ada bukti yang cukup untuk mendukung hipotesis alternatif.

5.4 Peluang

Peluang atau probabilitas merupakan salah satu konsep dasar dalam matematika dan statistika yang berperan penting dalam mengukur ketidakpastian. Dalam kehidupan sehari-hari, hampir setiap keputusan melibatkan elemen ketidakpastian, baik dalam prediksi cuaca, permainan peluang seperti dadu dan kartu, hingga analisis risiko dalam dunia bisnis. Konsep peluang memberikan

kerangka kerja yang sistematis untuk mengukur dan memahami kemungkinan terjadinya suatu peristiwa. Peluang dinyatakan dalam nilai antara 0 dan 1, di mana nilai 0 menunjukkan peristiwa yang tidak mungkin terjadi, sedangkan nilai 1 menunjukkan peristiwa yang pasti terjadi (Setyawan *et al.*, 2021).

Secara umum, peluang berkaitan dengan percobaan acak, yaitu situasi di mana hasilnya tidak dapat diprediksi dengan pasti, tetapi memiliki pola kemungkinan yang dapat dihitung berdasarkan aturan tertentu. Misalnya, dalam melempar sebuah koin, peluang munculnya sisi kepala atau angka masing-masing adalah 50%. Dengan memahami peluang, kita dapat menganalisis berbagai peristiwa dalam kehidupan nyata secara lebih terukur dan objektif, sehingga membantu pengambilan keputusan yang lebih baik. Dalam teori peluang, berbagai aturan seperti peluang peristiwa tunggal, perluang peristiwa komplemen, peluang gabungan, dan peluang perpotongan menjadi alat penting dalam menyelesaikan permasalahan yang kompleks. Oleh karena itu, pembahasan tentang peluang menjadi dasar dalam memahami banyak konsep lanjut dalam statistika dan analisis data.

5.4.1 Percobaan Acak

Percobaan acak adalah suatu tindakan atau proses yang dilakukan untuk menghasilkan satu atau lebih hasil yang mungkin, di mana hasil tersebut tidak dapat diprediksi dengan pasti sebelumnya. Dalam peluang, percobaan acak menjadi dasar untuk memahami fenomena ketidakpastian. Pada dasarnya, percobaan acak memiliki ciri utama yaitu

hasilnya ditentukan oleh faktor kebetulan dan tidak dapat diketahui secara pasti sebelum percobaan dilakukan.

Percobaan acak menghasilkan serangkaian hasil yang dikenal sebagai ruang sampel (*sample space*), yang merupakan himpunan semua hasil yang mungkin. Hasil individual dari ruang sampel disebut sebagai elemen atau titik sampel. Percobaan ini sangat penting dalam teori peluang karena menyediakan kerangka kerja untuk mengukur kemungkinan terjadinya suatu peristiwa.

Adapun ciri-ciri percobaan acak, adalah:

1. *Unpredictability* (ketidakpastian), dimana hasil dari percobaan tidak dapat diketahui dengan pasti sebelum percobaan dilakukan.
2. *Reproducibility* (dapat diulang), dimana percobaan dapat dilakukan berkali-kali dengan kondisi yang sama.
3. *Outcomes* (hasil), dimana terdapat sejumlah hasil yang mungkin, yang membentuk ruang sampel.

Gambar 5. 3. Contoh Percobaan Acak

Contoh	Keterangan
Melempar Koin	▪ Percobaan: Melempar sebuah koin. ▪ Ruang Sampel: {Kepala, Angka}. ▪ Hasil: Jika koin dilempar, hasilnya bisa "Kepala" (K) atau "Angka" (A). Hasil mana yang akan muncul tidak dapat diprediksi sebelum koin dilempar, tetapi kita tahu bahwa ada dua kemungkinan.
Melempar Dadu	▪ Percobaan: Melempar sebuah dadu bersisi enam. ▪ Ruang Sampel: {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

Contoh	Keterangan
	▪ Hasil: Jika dadu dilempar, hasilnya bisa berupa angka antara 1 hingga 6. Tidak mungkin mengetahui angka yang akan muncul sebelum dadu dilempar.
Memilih Kartu dari Sebuah Dek	▪ Percobaan: Mengambil satu kartu secara acak dari dek kartu remi. ▪ Ruang Sampel: Terdiri dari 52 kartu (13 kartu di setiap jenis: Sekop, Hati, Wajik, dan Keriting). ▪ Hasil: Kartu yang diambil bisa berupa kartu As Sekop, Raja Hati, atau kartu lainnya. Pemilihan kartu tidak dapat diprediksi sebelum kartu diambil.
Menguji Lampu pada Produksi Pabrik	▪ Percobaan: Mengambil satu lampu secara acak dari lini produksi untuk memeriksa apakah lampu tersebut bekerja atau rusak. ▪ Ruang Sampel: {Bekerja, Rusak}. ▪ Hasil: Hasilnya bisa berupa lampu "Bekerja" atau "Rusak". Hal ini tidak dapat diketahui sebelum lampu diuji.

Percobaan acak merupakan fondasi utama dalam memahami konsep peluang. Melalui percobaan acak, dapat dieksplorasi berbagai hasil yang mungkin dan mengukur peluang masing-masing hasil tersebut. Pemahaman terkait percobaan acak akan memungkinkan kita untuk menerapkan teori peluang dalam berbagai situasi nyata, seperti analisis risiko, pengambilan keputusan, dan perencanaan statistik.

5.4.2 Peristiwa dalam Peluang

Dalam teori peluang, peristiwa merupakan kumpulan hasil atau kejadian tertentu yang muncul dari suatu percobaan acak. Peristiwa adalah bagian dari ruang sampel, yaitu himpunan seluruh hasil yang mungkin terjadi dalam suatu percobaan acak. Setiap peristiwa dapat terdiri dari satu atau lebih hasil percobaan, tergantung pada definisi peristiwa tersebut. Peristiwa sering kali dinotasikan dengan huruf kapital, seperti A, B, atau C, sedangkan ruang sampel dinotasikan dengan S.

Adapun jenis-jenis peristiwa (Syaifudin and Choiruddin, 2021) adalah:

1. Peristiwa Sederhana (*Simple Event*)

   Peristiwa sederhana adalah peristiwa yang hanya terdiri dari satu hasil dalam ruang sampel. Misalnya, dalam pelemparan sebuah dadu bersisi enam, peristiwa mendapatkan angka 4 merupakan peristiwa sederhana, karena hanya ada satu hasil, yaitu {4}.

2. Peristiwa Majemuk (*Compound Event*)

   Peristiwa majemuk adalah peristiwa yang terdiri dari lebih dari satu hasil dalam ruang sampel. Sebagai

contoh, dalam pelemparan sebuah dadu bersisi enam, peristiwa mendapatkan angka genap (A) adalah peristiwa majemuk, karena terdiri dari tiga hasil, yaitu {2,4,6}.

3. Peristiwa Pasti (*Certain Event*)

   Peristiwa pasti adalah peristiwa yang mencakup seluruh hasil dalam ruang sampel. Misalnya, dalam pelemparan sebuah koin, peristiwa mendapatkan kepala atau ekor adalah peristiwa pasti karena mencakup seluruh ruang sampel, yaitu {Kepala, Ekor}.

4. Peristiwa Mustahil (*Impossible Event*)

   Peristiwa mustahil adalah peristiwa yang tidak mungkin terjadi, atau himpunannya kosong. Sebagai contoh, dalam pelemparan sebuah dadu bersisi enam, peristiwa mendapatkan angka 7 adalah mustahil karena angka tersebut tidak ada dalam ruang sampel {1,2,3,4,5,6}.

5. Peristiwa Saling Lepas (*Mutually Exclusive Events*)

   Peristiwa saling lepas adalah dua atau lebih peristiwa yang tidak memiliki hasil yang sama. Misalnya, dalam pelemparan sebuah dadu bersisi enam, peristiwa mendapatkan angka ganjil (B={1,3,5}) dan peristiwa mendapatkan angka genap (C={2,4,6}) adalah saling lepas karena tidak ada hasil yang sama di antara keduanya.

6. Peristiwa Saling Beririsan (*Overlapping Events*)

   Peristiwa saling beririsan adalah dua atau lebih peristiwa yang memiliki satu atau lebih hasil yang sama. Misalnya, dalam pengambilan kartu dari setumpuk kartu remi, peristiwa mendapatkan kartu merah (D) dan peristiwa mendapatkan kartu bergambar (E) adalah

saling beririsan, karena beberapa kartu merah juga merupakan kartu bergambar.

5.4.3 Aturan Dasar Peluang

Aturan dasar peluang adalah prinsip-prinsip fundamental yang digunakan untuk menghitung peluang suatu peristiwa dalam teori probabilitas. Aturan ini memberikan cara sistematis untuk menentukan peluang dari satu atau lebih peristiwa dalam ruang sampel.

Peluang suatu peristiwa A selalu berada di antara 0 dan 1:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

Nilai P(A)=0 menunjukkan peristiwa mustahil, sedangkan P(A)=1 menunjukkan peristiwa pasti. Sementara itu, Jumlah total peluang dari semua hasil dalam ruang sampel S adalah 1:

$$\sum P(x) = 1, \text{untuk semua } x \in S$$

1. Peluang Peristiwa

   Dalam pembahasan peluang, memahami berbagai jenis peristiwa menjadi langkah penting untuk menganalisis kemungkinan terjadinya suatu kejadian. Dua konsep mendasar yang sering digunakan adalah peluang peristiwa tunggal dan peluang peristiwa komplemen. Keduanya memberikan gambaran yang jelas tentang cara menghitung probabilitas baik untuk kejadian tertentu maupun kebalikannya dalam berbagai situasi nyata. Berikut penjelasan mendetail mengenai kedua konsep tersebut:

a. Peluang Peristiwa Tunggal

Jika semua hasil dalam ruang sampel (S) memiliki peluang yang sama, peluang suatu peristiwa (A) dihitung dengan rumus:

$$P(A) = \frac{Jumlah\ Kejadian\ Favorable}{Jumlah\ Kejadian\ Mungkin}$$

Keterangan:

Ruang sampel (S) : Kumpulan semua hasil yang mungkin dalam suatu percobaan.

Kejadian *favorable* : Hasil-hasil tertentu dalam ruang sampel yang memenuhi kondisi peristiwa A.

Contoh:

Dalam pelemparan sebuah dadu, hitung peluang munculnya angka 4!

Penyelesaian:

- Ruang sampel (S) adalah {1, 2, 3, 4, 5, 6}, sehingga jumlah kejadian mungkin adalah 6.
- Kejadian *favorable* (A) adalah {4}, hanya ada 1 hasil yang memenuhi kondisi peristiwa A.

$$P(A) = \frac{Jumlah\ Kejadian\ Favorable}{Jumlah\ Kejadian\ Mungkin} = \frac{1}{6}$$

Jadi, peluang munculnya angka 4 adalah $\frac{1}{6}$ atau sekitar 16,67%

b. Peluang Peristiwa Komplemen

Peluang suatu peristiwa tidak terjadi disebut sebagai peluang komplemen dari peristiwa tersebut. Rumusnya adalah:

$$P(A') = 1 - P(A)$$

Keterangan:

P(A) : Peluang terjadinya peristiwa A

P(A') : Peluang tidak terjadinya peristiwa A

Contoh:

Dalam pelemparan sebuah koin, hitung peluang tidak munculnya kepala jika peluang munculnya kepala (A) adalah 0,5.

Penyelesaian:

$$P(A') = 1 - P(A)$$
$$P(A') = 1 - 0{,}5 = 0{,}5$$

Jadi, peluang tidak munculnya kepala adalah 0,5 atau 50%.

2. Peluang Gabungan (*Union*)

Jika terdapat dua peristiwa A dan B, maka peluang gabungan $P(A \cup B)$ menunjukkan peluang terjadinya salah satu dari *A, B,* atau keduanya. Hal ini sangat berguna dalam menentukan peluang dari kejadian yang memiliki elemen yang saling tumpang tindih atau beririsan. Rumus yang digunakan adalah:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Pengurangan $P(A \cap B)$ diperlukan untuk memastikan bahwa hasil yang masuk dalam kedua peristiwa A dan B tidak dihitung dua kali.

Contoh:

Dua buah dadu dilemparkan sekaligus. Peristiwa A adalah munculnya angka genap pada dadu pertama.

Sementara, peristiwa B adalah munculnya angka lebih dari 4 pada dadu kedua. Tentukan peluang gabungan P(A∪B), dimana peluang terjadinya peristiwa A atau B atau keduanya!

Penyelesaian:

- Menentukan Peluang Peristiwa A (P(A))
  Peristiwa A adalah munculnya angka genap pada dadu pertama. Angka genap yang mungkin pada dadu adalah 2, 4, dan 6. Jadi, ada 3 angka genap dari 6 kemungkinan angka pada dadu.
  $$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

- Menentukan Peluang Peristiwa B (P(B))
  Peristiwa B adalah munculnya angka lebih dari 4 pada dadu kedua. Angka yang lebih besar dari 4 adalah 5 dan 6. Jadi, ada 2 angka lebih dari 4 dari 6 kemungkinan angka pada dadu.
  $$P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$
- Menentukan Peluang Peristiwa Gabungan A dan B (P(A ∩ B))
  Peristiwa gabungan A dan B adalah terjadinya angka genap pada dadu pertama dan angka lebih dari 4 pada dadu kedua. Jadi, selanjutnya perlu mencari hasil yang memenuhi kedua kondisi tersebut.
  - Angka genap pada dadu pertama: 2, 4, 6
  - Angka lebih dari 4 pada dadu kedua: 5, 6

Maka peristiwa gabungan A∩B terdiri dari kombinasi angka genap pada dadu pertama dan angka lebih dari 4 pada dadu kedua, yaitu:

- (2, 5), (2, 6)
- (4, 5), (4, 6)
- (6, 5), (6, 6)

Ada 6 kemungkinan hasil yang memenuhi kedua peristiwa tersebut, jadi:

$$P(A \cap B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

- Menghitung Peluang Gabungan A atau B (P(A∪B))
  Hitung peluang gabungan dengan rumus:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Substitusi nilai-nilai yang telah ditemukan:

$$P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$$

Menyelesaikan persamaan:

$$P(A \cup B) = \frac{3+2-1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Jadi, peluang terjadinya salah satu dari A, B, atau keduanya adalah $\frac{2}{3}$

3. Peluang Perpotongan (*Intersection*)

Peluang perpotongan atau *intersection* P(A∩B) adalah peluang terjadinya dua peristiwa (A dan B) secara bersamaan. Dalam hal ini, dihitung seberapa besar kemungkinan kedua peristiwa tersebut terjadi pada waktu yang sama.

Jika dua peristiwa A dan B tidak saling mempengaruhi, maka peluang perpotongannya dihitung dengan rumus:

$$P(A \cap B) = P(A) \, . P(B \mid A)$$

Keterangan:
P(A) : Peluang peristiwa A terjadi.
P(B|A) : Peluang B terjadi jika A sudah terjadi.

Namun, Jika peristiwa A dan B independen (tidak saling mempengaruhi), maka peluang perpotongan dihitung dengan rumus yang lebih sederhana:

$$P(A \cap B) = P(A) \, . P(B)$$

Keterangan:
P(A) : Peluang peristiwa A terjadi.
P(B) : Peluang peristiwa B terjadi.
Contoh:
Dua buah dadu dilempar bersamaan. Berapakah peluang muncul angka 6 pada kedua dadu?
Penyelesaian:

- Peluang muncul angka 6 pada dadu pertama P(A) = $\frac{1}{6}$
- Peluang muncul angka 6 pada dadu kedua P(B) = $\frac{1}{6}$

- Karena kedua dadu adalah peristiwa independen, maka bisa dihitung peluang perpotongan dengan mengalikan peluangnya:

$$P(A \cap B) = P(A) \,.\, P(B)$$
$$= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}$$
$$= \frac{1}{36}$$

Jadi, peluang muncul angka 6 pada kedua dadu adalah $\frac{1}{36}$ atau sekitar 2,78%.

5.5 Aplikasi Statistika dan Peluang

Statistika dan peluang merupakan dua cabang ilmu yang sangat penting dalam berbagai disiplin ilmu dan kehidupan sehari-hari. Kedua bidang ini digunakan untuk mengumpulkan, menganalisis, menafsirkan, dan memprediksi data dalam kondisi ketidakpastian. Aplikasi statistika dan peluang mencakup berbagai sektor, mulai dari sains, ekonomi, teknologi, hingga pengambilan keputusan. Berikut beberapa aplikasi utama statistika dan peluang:

1. Aplikasi dalam Pengambilan Keputusan

   Statistika dan peluang membantu dalam pengambilan keputusan yang lebih baik berdasarkan data. Dalam dunia bisnis, misalnya, perusahaan menggunakan analisis statistik untuk memahami tren pasar, preferensi konsumen, dan tingkat keberhasilan produk baru. Selain itu, probabilitas digunakan untuk menilai risiko dalam keputusan investasi atau perencanaan strategi bisnis. Misalnya, analisis SWOT

(*Strength, Weakness, Opportunity, Threat*) sering kali didukung oleh data statistik dan probabilitas untuk menilai potensi suatu keputusan bisnis.

2. Aplikasi dalam Bidang Teknologi

   Dalam bidang teknologi, statistika dan peluang digunakan untuk memodelkan data besar (*big data*), mengembangkan algoritma pembelajaran mesin (*machine learning*), dan memastikan kualitas perangkat lunak serta perangkat keras melalui metode pengujian statistik. Misalnya, algoritma rekomendasi pada *platform* seperti YouTube dan Netflix menggunakan model probabilitas untuk memprediksi preferensi pengguna berdasarkan riwayat aktivitas mereka.

3. Aplikasi dalam Kesehatan

   Di bidang kesehatan, statistika digunakan untuk analisis data klinis, evaluasi efektivitas obat, dan pengembangan vaksin. Probabilitas diterapkan untuk menghitung risiko penyakit, keberhasilan operasi, atau efek samping pengobatan. Misalnya, uji klinis vaksin COVID-19 menggunakan analisis statistik untuk memastikan keamanan dan efektivitas vaksin sebelum disebarluaskan ke masyarakat.

4. Aplikasi dalam Teknik dan Manufaktur

   Dalam teknik dan manufaktur, statistika digunakan untuk kontrol kualitas (*Quality Control*), optimasi proses produksi, dan analisis kegagalan sistem. Probabilitas diterapkan untuk memprediksi keandalan komponen mesin atau produk akhir. Misalnya, metode *Six Sigma* menggunakan analisis statistik untuk mengurangi cacat produksi dan meningkatkan efisiensi proses.

5. Aplikasi dalam Pendidikan

   Statistika sering digunakan dalam pengembangan kurikulum, analisis performa siswa, dan evaluasi efektivitas metode pengajaran. Probabilitas juga diterapkan dalam perancangan ujian berbasis komputer yang adaptif, seperti ujian TOEFL atau GMAT. Misalnya, analisis hasil ujian nasional untuk menentukan tingkat keberhasilan pendidikan di berbagai wilayah.

6. Aplikasi dalam Keuangan dan Asuransi

   Industri keuangan menggunakan statistika dan probabilitas untuk memprediksi tren pasar saham, menghitung bunga investasi, dan menilai risiko kredit. Di bidang asuransi, probabilitas digunakan untuk menghitung premi berdasarkan risiko kejadian tertentu, seperti kecelakaan atau penyakit. Misalnya, aktuaris menggunakan model probabilitas untuk menentukan premi asuransi jiwa berdasarkan usia, riwayat kesehatan, dan gaya hidup pelanggan.

7. Aplikasi dalam Ilmu Sosial

   Dalam ilmu sosial, statistika digunakan untuk survei opini publik, analisis perilaku manusia, dan evaluasi program sosial. Probabilitas juga diterapkan untuk mempelajari pola hubungan antarvariabel. Misalnya, survei pemilu menggunakan teknik *sampling* dan analisis probabilitas untuk memprediksi hasil akhir pemilihan.

8. Aplikasi dalam Lingkungan dan Pertanian

   Statistika dan peluang digunakan dalam pengelolaan sumber daya alam, peramalan cuaca, dan analisis dampak lingkungan. Di bidang pertanian,

statistika digunakan untuk mempelajari pola pertumbuhan tanaman, hasil panen, dan prediksi serangan hama. Misalnya, analisis data iklim untuk menentukan musim tanam yang optimal atau memperkirakan hasil panen berdasarkan perubahan curah hujan.

9. Aplikasi dalam Logistik dan *Supply Chain*

   Probabilitas membantu memprediksi permintaan barang, sementara statistika digunakan untuk optimasi jaringan distribusi, manajemen inventaris, dan perencanaan rantai pasok. Misalnya, perusahaan logistik menggunakan model probabilitas untuk menentukan jalur pengiriman paling efisien berdasarkan kemungkinan kemacetan atau kondisi cuaca.

10. Aplikasi dalam Hiburan dan Permainan

    Dalam dunia hiburan, peluang digunakan untuk menciptakan algoritma permainan yang menantang, adil, dan realistis. Dalam perjudian, peluang menjadi dasar untuk merancang permainan seperti dadu, *roulette*, atau kartu. Misalnya, dalam permainan poker, peluang digunakan untuk menghitung probabilitas kombinasi kartu tertentu, yang memengaruhi strategi pemain.

Statistika dan peluang memiliki aplikasi yang luas dalam berbagai aspek kehidupan. Kemampuan untuk menginterpretasikan data dan memahami probabilitas menjadi kunci untuk membuat keputusan yang tepat dalam kondisi ketidakpastian. Dengan kemajuan teknologi, aplikasi statistika dan peluang terus berkembang, menciptakan peluang baru di berbagai bidang.

5.6 Kesimpulan

Statistika dan Peluang menjelaskan pentingnya dua cabang ilmu matematika ini dalam berbagai aspek kehidupan. Statistika memberikan alat untuk mengumpulkan, menganalisis, dan menyajikan data secara sistematis, sedangkan peluang membantu memahami ketidakpastian dan memperkirakan kemungkinan suatu peristiwa.

Secara keseluruhan, statistika deskriptif berfokus pada pengorganisasian dan penyajian data melalui berbagai ukuran seperti rata-rata, median, modus, serta penyebaran data seperti *range* dan standar deviasi. Data yang disajikan dapat divisualisasikan dalam bentuk diagram batang, *histogram*, atau diagram lingkaran untuk mempermudah interpretasi.

Sementara itu, statistika inferensial membantu membuat kesimpulan tentang populasi berdasarkan sampel melalui uji hipotesis, estimasi parameter, dan analisis statistik lainnya. Hal ini memungkinkan pengambilan keputusan yang lebih akurat meskipun informasi yang tersedia terbatas.

Konsep peluang menambahkan dimensi penting dalam mengukur ketidakpastian, mulai dari peluang peristiwa tunggal, peluang peristiwa komplemen, peluang gabungan, hingga peluang perpotongan menjadi fondasi kuat untuk memahami berbagai fenomena probabilistik.

Aplikasi dari statistika dan peluang sangat luas, mencakup pengambilan keputusan di dunia bisnis, teknologi, kesehatan, pendidikan, lingkungan, hingga

hiburan. Dengan memahami tentang kedua cabang ilmu ini, maka dapat menghadapi tantangan yang melibatkan data dan ketidakpastian dengan lebih terukur dan rasional.

DAFTAR PUSTAKA

Amin, N.F., Garancang, S. and Abunawas, K. (2023) 'Konsep Umum Populasi dan Sampel dalam Penelitian', *Jurnal Pilar*, 14(1), pp. 15–31.

Asari, A. *et al.* (2023) *Pengantar Statistika*. Edited by M.A. Andi Asari. Kota Solok, Sumatera Barat: PT MAFY MEDIA LITERASI INDONESIA.

Asrulla *et al.* (2023) 'Populasi dan Sampling (Kuantitatif), Serta Pemilihan Informan Kunci (Kualitatif) dalam Pendekatan Praktis', *Jurnal Pendidikan Tambusai*, 7(3), pp. 26320–26332.

Efgivia, M.G. (2024) *Statistik dan Probabilitas*. Edited by N.S. Wahyun. Bandung: WIDINA MEDIA UTAM.

Firmansyah, D. and Dede (2022) 'Teknik Pengambilan Sampel Umum dalam Metodologi', *Jurnal Ilmiah Pendidikan Holistik (JIPH)*, 1(2), pp. 85–114.

Ghivary, R. Al *et al.* (2023) 'Peran Visualisasi Data Untuk Menunjang Analisa Data Kependudukan Di Indonesia', *Pentahelix*, 1(1), p. 57. Available at: https://doi.org/10.24853/penta.1.1.57-62.

Musnaini *et al.* (2023) *Statitiska Ekonomi : Metode Probabilitas*. Sidoarjo: Indomedia Pustaka.

Ningsih, C. *et al.* (2024) *Statistik Panduan Praktis untuk Analisis Data*. Medan: PT Media Penerbit Indonesia.

Nuryadi *et al.* (2017) *Buku Ajar Dasar-dasar Statistik Penelitian*, *Sibuku Media*.

Salaam, A.F. (2023) 'Estimasi Parameter Genetik Gamma

Untuk Sampel Tersensor Tipe I dan Tipe II', *Jurnal Matematika Komputasi dan Statistika*, 3(1), pp. 238–244. Available at: http://jmks.uho.ac.id/index.php/JMKS.

Samosir, P., Rajagukguk, W. and Ratnawati (2021) *Dasar-Dasar Statistika Inferensi Dalam Penelitian*. Edited by M. Dr. Indri Jatmoko, S.Si. Jakarta: UKI Press.

Setyawan, D.A. *et al.* (2021) *Buku Ajar Statistika*, *Sustainability (Switzerland)*. Edited by M. Seto. Indramayu: CV. Adanu Abimata. Available at: http://scioteca.caf.com/bitstream/handle/123456789/1091/RED2017-Eng-8ene.pdf?sequence=12&isAllowed=y%0Ahttp://dx.doi.org/10.1016/j.regsciurbeco.2008.06.005%0Ahttps://www.researchgate.net/publication/305320484_SISTEM_PEMBETUNGAN_TERPUSAT_STRATEGI_MELESTARI

Sholikhah, A. (2016) 'Statistika Deskriptif Dalam Penelitian Kualitatif', *Komunika*, 10(2), pp. 342–362.

Syaifudin, W.H. and Choiruddin, A. (2021) *Pengantar Teori Probabilitas dan Statistika*. Bengkulu: ELMARKAZI.

Yapanto, L.M. *et al.* (2023) *Analisis Data Statistik Metode dan Teknik (Statistical Data Analysis: Methods and Techniques)*. Medan: PT Media Penerbit Indonesia.

INDEKS

A

Aritmatika, 9

B

Bangun Datar, 72, 77
Bangun Ruang, 69, 77

D

Data Kualitatif, 84
Data Kuantitatif, 84
Deret Aritmatika, 71, 74
Deret Geometri, 71, 75
Diagram Batang, 93
Diagram Lingkaran (*Pie Chart*), 95, 97
Distribusi Frekuensi, 94

K

Keliling, 75, 77

L

Luas, 37, 38, 71, 74, 75, 77

M

Median, 86, 87
Modus, 88

P

Peluang, ii, 82, 108, 112, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 124
Peluang XE "Peluang" Gabungan (*Union*), 116
Peluang XE "Peluang" Perpotongan (*Intersection*), 119
Poligon, 70, 73

R

Range, 50, 59, 89, 90
Rata-rata (*Mean*), 85
Ruang Sampel, 110, 111

S

Segitiga, 71, 76, 77
Standar Deviasi, 91
Statistika Deskriptif, 83, 127
Statistika Inferensial, 97

V

Variansi, 90, 92
Volume, 71, 75, 77

GLOSARIUM

Alas: Sisi dasar dari suatu bangun datar atau bangun ruang, yang sering digunakan sebagai acuan dalam perhitungan luas atau volume.

Aritmatika: Cabang matematika yang berhubungan dengan operasi bilangan seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian.

Bangun Datar: Bentuk geometri dua dimensi seperti segitiga, persegi, dan lingkaran.

Bangun Ruang: Bentuk geometri tiga dimensi seperti kubus, balok, tabung, dan bola.

Ciri Poligon: Sifat-sifat yang menentukan bentuk suatu poligon, seperti jumlah sisi, jumlah sudut, dan jumlah diagonal.

Data Kualitatif: Data yang berbentuk kategori atau deskripsi, seperti jenis kelamin, warna favorit, atau status pernikahan.

Data Kuantitatif: Data yang berbentuk angka dan dapat diukur, seperti tinggi badan, berat badan, atau pendapatan.

Deret Aritmatika: Urutan bilangan dengan selisih tetap antara satu bilangan dengan bilangan berikutnya.

Deret Geometri: Urutan bilangan di mana setiap bilangan diperoleh dengan mengalikan bilangan sebelumnya dengan rasio tetap.

Diagram Batang: Representasi data kategori menggunakan batang vertikal atau horizontal untuk menunjukkan frekuensi.

Diagram Lingkaran: Representasi data dalam bentuk lingkaran yang dibagi menjadi irisan untuk menggambarkan proporsi masing-masing kategori terhadap total.

Distribusi Frekuensi: Penyajian data dengan mengelompokkan data ke dalam interval tertentu untuk menunjukkan pola distribusinya.

Distribusi Normal: Pola distribusi data berbentuk kurva lonceng simetris yang digunakan untuk menggambarkan banyak fenomena alami.

Keliling: Jumlah panjang semua sisi dari suatu bangun datar.

Luas Permukaan: Jumlah luas semua sisi suatu bangun ruang.

Luas: Ukuran dari suatu permukaan bangun datar, dinyatakan dalam satuan persegi.

Matematika Diskrit: Cabang matematika yang mempelajari bilangan dan struktur diskrit, sering digunakan dalam analisis pola geometri.

Median: Nilai tengah dari sekumpulan data yang telah diurutkan. Jika jumlah data ganjil, median adalah nilai di tengah; jika genap, median adalah rata-rata dua nilai tengah.

Modus: Nilai yang paling sering muncul dalam suatu kumpulan data.

Peluang Gabungan: Peluang terjadinya salah satu dari dua peristiwa atau keduanya.

Peluang Perpotongan: Peluang dua peristiwa terjadi secara bersamaan.

Peluang: Ukuran kemungkinan terjadinya suatu peristiwa, dinyatakan dalam angka antara 0 (tidak mungkin) dan 1 (pasti terjadi).

Poligon: Bangun datar tertutup yang dibentuk oleh tiga atau lebih sisi lurus, seperti segitiga, persegi, dan segi enam.

Range: Selisih antara nilai maksimum dan nilai minimum dalam suatu kumpulan data.

Rata-rata: Ukuran pemusatan data yang diperoleh dengan menjumlahkan seluruh nilai data dan membaginya dengan jumlah data.

Ruang Sampel: Himpunan semua hasil yang mungkin dari suatu percobaan acak.

Segitiga: Poligon dengan tiga sisi dan tiga sudut.

Standar Deviasi: Ukuran statistik yang menunjukkan seberapa jauh data menyebar dari rata-rata.

Statistika Deskriptif: Cabang statistik yang menggambarkan atau meringkas data menggunakan angka, tabel, atau grafik.

Statistika Inferensial: Cabang statistik yang membuat kesimpulan atau prediksi tentang populasi berdasarkan analisis data sampel.

Transformasi Geometri: Operasi seperti translasi (geser), refleksi (cermin), rotasi (putar), dan dilatasi (perubahan ukuran) yang mengubah posisi atau ukuran suatu bangun.

Trapesium: Bangun datar dengan sepasang sisi yang sejajar.

Variansi: Rata-rata kuadrat selisih antara nilai data dengan rata-rata, digunakan untuk mengukur sebaran data.

Volume: Ukuran dari ruang yang ditempati oleh suatu bangun ruang, seperti kubus atau bola.

BIODATA PENULIS



Dodi, S.Pd., M.Pd.
Dosen Program Studi Ilmu Kelautan
Fakultas Ilmu Pengetahuan Alam dan Kelautan
Universitas OSO

Penulis berasal dari Padang Tikar dan lahir pada tanggal 20 Agustus 1990. Penulis merupakan seorang dosen tetap di Program Studi Ilmu Kelautan, Fakultas IPA dan Kelautan, Universitas OSO. Ia menyelesaikan pendidikan S1 di program studi Pendidikan Matematika di UNTAN sebelum melanjutkan ke jenjang S2 di Program Studi Pendidikan Matematika di UNTAN. Penulis menekuni dunia kepenulisan pada bidang Matematika dan Sains, serta bidang Pendidikan.

Penulis berharap, karya yang diterbitkannya dapat memberikan inspirasi serta manfaat bagi orang lain untuk belajar matematika dan sains. Kontak penulis tercantum sebagai berikut; email: dodi a1@yahoo.com / dodi@oso.ac.id; No Hp/ Wa: 089694156039.

BIODATA PENULIS



Hetty Elfina, S.Pd., M.Pd
Dosen Program Studi Sistem Informasi
Fakultas Teknik dan Ilmu Komputer
Universitas Pembinaan Masyarakat Indonesia
Medan

Penulis lahir di kota Sibolga pada tanggal 07 Januari 1990. Penulis merupakan dosen tetap pada Program Studi Sistem Informasi, Fakultas Teknik dan Ilmu Komputer, Universitas Pembinaan Masyarakat Indonesia. Penulis menyelesaikan pendidikan S1 pada Jurusan Pendidikan Matematika di Universitas Negeri Medan tahun 2013 dan melanjutkan S2 pada tahun yang sama di Jurusan Pendidikan Matematika di Universitas Negeri Medan dan lulus tahun 2015. Saat ini penulis sedang menempuh kuliah S3 Prodi Pendidikan Matematika di Universitas Negeri Medan Penulis telah menulis 6 buku, yaitu Kalkulus, Statistika Pendidikan, Teori Bilangan, Metodologi Penelitian, Statistik, dan Bagian-Bagian Matematika Dasar.

BIODATA PENULIS



Dewi Purnama Sari, S.Pd., M.Pd.
Dosen Program Studi Pendidikan Matematika
Sekolah Tinggi Keguruan dan Ilmu Pendidikan Amal Bakti

Penulis lahir di Punggulan tanggal 01 Februari 1993. Penulis adalah dosen tetap pada Program Studi Pendidikan Matematika Sekolah Tinggi Keguruan dan Ilmu Pendidikan Amal Bakti. Menyelesaikan pendidikan S1 pada Jurusan Pendidikan Matematika di Universitas Muhammadiyah Sumatera Utara (UMSU) dan melanjutkan S2 pada Jurusan Pendidikan Matematika di Universitas Negeri Medan (UNIMED). Penulis mulai menekuni bidang Menulis sejak menjadi dosen.

Penulis menjadi Dosen sejak tahun 2019-sekarang di Sekolah Tinggi Keguruan dan Ilmu Pendidikan Amal Bakti. Penulisan ini merupakan karya buku penulis yang ketiga dan merupakan penulisan pertama penulis dalam bidang matematika. Selain aktif dalam kegiatan menulis, penulis juga merupakan Ketua Lembaga Penjamin Mutu (LPM) di

lingkungan Sekolah Tinggi Keguruan dan Ilmu Pendidikan Amal Bakti. Selain itu, penulis juga sudah memiliki Sertifikat Profesional sebagai Dosen, sejak tahun 2023.

BIODATA PENULIS



Mirna Riazil Jannah, S.Pd, M.Pd

Penulis lahir di Banda Aceh tanggal 29 Januari 1991. Penulis salah seorang guru matematika di MTsN 8 Aceh Besar. Menyelesaikan pendidikan S1 Pendidikan Matematika di Universitas Syiah Kuala dan melanjutkan S2 pada jurusan Magister Pendidikan Matematika Pasca Sarjana Universitas Syiah Kuala.

Penulis telah menghasilkan enam buku non fiksi dan fiksi. Terdiri dari Trilogi Awal tahun Program Mahir Nulis (2025) dan beberapa buku antologi. Karya Buku diantaranya 1) Kumpulan soal Ujian Semester Matematika Berkriteria UN/USBN jenjang MTs/SMP K-13 (2019). 2) Matematika Sekolah: Konsep-Konsep Matematika SMP/MTs dan Matematika SMA/MA (2024). 3) Guru Kisah yang tak pernah Usai (2024). 4) Guru Pejuang 8 Pena (2024). Penulis merupakan seorang Guru Motivator Literasi 2024 dalam Program WriterVator. Penggerak Sekolah Literasi Nasional dan Guru Motivator Literasi (GML) tahun 2024. Penulis juga terpilih sebagai Guru Inspiratif Tingkat Propinsi Aceh tahun

2024. Kandidat Sosialisatir Program Literasi (SPL) Nasional 2025 dalam Program Nyalanesia. Fasilitator Deep Learning tahun 2025.

BIODATA PENULIS



Sri Purwati, S.T., M.T.

Dosen Program Studi Teknik Industri
Fakultas Teknik Universitas Islam Batik Surakarta

Penulis adalah dosen tetap pada Program Studi Teknik Industri Fakultas Teknik, Universitas Islam Batik Surakarta. Menyelesaikan pendidikan S1 pada Jurusan Teknik Industri Universitas Islam Sultan Agung Semarang (UNISSULA) dan melanjutkan S2 pada Jurusan Teknik Industri Universitas Indonesia (UI). Sebagai akademisi, penulis memiliki pengalaman yang luas dalam bidang Matematika dan Statistika. Penulis telah mengajar berbagai mata kuliah terkait, seperti Kalkulus I, II, dan III, Statistika I dan II, Teori Probabilitas, serta Matriks dan Ruang Vektor. Selain mengajar, penulis juga memiliki minat yang kuat dalam penelitian dan pengabdian masyarakat yang berfokus pada pengembangan ekonomi sirkular, khususnya pengelolaan limbah popok bayi untuk mewujudkan *green*

economy. Penulis senantiasa berupaya mengintegrasikan pendidikan, penelitian, dan pengabdian masyarakat untuk mendukung tercapainya sistem industri yang berkelanjutan, inovatif, dan ramah lingkungan, sejalan dengan visi Teknik Industri di era *modern*.